

花蓮縣三年級學生數學成就試題表現現況分析

資料來源：

花蓮縣國民中小學教育長期資料庫

107 學年度三年級數學領域學生基本能力檢核試卷

分析者：

國立臺南大學 謝堅老師

題號	1		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-05：能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>「34 顆糖果平分給 5 個小朋友，每個小朋友最多可以分得幾顆？還剩下幾顆？」下面哪一個算式和答案都正確？</p> <p>① $34\div 5=6\cdots 4$，答：每個小朋友最多分得 6 顆，剩下 4 顆</p> <p>② $34\div 6=5\cdots 4$，答：每個小朋友最多分得 5 顆，剩下 4 顆</p> <p>③ $34\div 5=4\cdots 6$，答：每個小朋友最多分得 4 顆，剩下 6 顆</p> <p>④ $34\div 4=5\cdots 6$，答：每個小朋友最多分得 5 顆，剩下 6 顆</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.92	0.83	0.98
2	0.04	0.07	0.01
3	0.02	0.05	0.01
4	0.01	0.04	0.00
未作答	0.00	0.00	0.00
通過率	0.92	鑑別度	0.15
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.15，試題品質不良；通過率為 0.92，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 92%，顯示超過九成的學生已能解決等分除問題，並能用除法算式記錄解題活動。</p> <p>(3)有 4%的學生選擇選項 2(低分組有 7%)，這些學生可能已經能解決等分除問題，但是記錯除法算式中商和除數的位置。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-05：能理解除法的意義，運用\div、$=$做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>		
補救教學	(一)理解除法算式的意義包含下列部份：		

建議	<p>(1)知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。</p> <p>(2)理解商及餘數的意義，知道餘數一定要小於除數。</p> <p>(3)理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。</p> <p>(二)除法問題包含平分情境的等分除問題，與分裝情境的包含除問題。</p> <p>等分除問題：將 14 個蘋果平分給 3 個人，每人最多分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果？</p> <p>包含除問題：14 個蘋果，每 3 個蘋果裝 1 盒，最多可裝滿幾盒，還剩下多少個蘋果？</p> <p>(三)除法問題有兩種記錄的格式：</p> <p>第一種：$a \div b = q \cdots r$，q 是整數，$0 \leq r < b$。</p> <p>第二種：$a \div b = \frac{a}{b}$，$b \neq 0$。</p> <p>第一種記錄格式中的餘數 r 滿足 $0 \leq r < b$，以問題「將 12 個蘋果平分給 3 個人，每個人可以分到幾個蘋果，還剩下多少個蘋果」為例，教師應同時詢問商數及餘數，因為學生解題成功後才知道剩下多少個蘋果，因此剩下 0 個蘋果時，0 也是餘數。四年級(4-n-07)引入「理解分數之「整數相除」的意涵」之前，只處理第一種記錄格式。</p>
----	--

題號	2		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-10：能做簡單的三位數加減估算。		
試題內容	303+201=?，下列哪個數最接近正確的答案? ① 400 ② 500 ③ 600 ④ 700		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.05	0.00
2*	0.95	0.86	1.00
3	0.02	0.05	0.00
4	0.01	0.02	0.00
未作答	0.00	0.00	0.00
通過率	0.95	鑑別度	0.13
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.13，試題品質不良；通過率為 0.95，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 95%，顯示超過九成五的學生已經能做簡單的三位數加減估算。</p> <p>(3)107 年三位數加減估算試題通過率為 80%，本題通過率為 95%，兩者通過率相差 15%，可能的原因如下：</p> <p>①學生解估算計算題的能力，比解估算文字題的能力強。</p> <p>②學生解數字都超過整百加減估算問題的能力，比解數字都小於整百加減估算問題的能力強。</p> <p>◎107 年試題： 一件上衣特價 298 元，一條短褲特價 498 元，買一件上衣和一條短褲的價錢最接近多少元？ ① 600 元 ② 700 元 ③ 800 元 ④ 900 元</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-11：能做簡單的二位數加減估算</p> <p>評量重點： 3-n-10：能做簡單的三位數加減估算。</p> <p>延伸的知識： 4-n-06：能在具體情境中，對大數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減之估算。</p>		

<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)教師在評量估算問題時，<u>不宜</u>直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「$312+299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。</p> <p>教師只能布下列的問題：</p> <p>例：$32+49=()$，答案最接近 70、80、90 中的哪一個數字？ $71-29=()$，答案最接近 30、40、50 中的哪一個數字？ $302+299=()$，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？ $701-599=()$，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？</p> <p>(二)估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。</p> <p>估算是計算的問題，例如「$302+299$」的答案很接近 600，其答案必須以「1」為單位來描述；而取概數是單位量轉換的問題，例如三位數字「263」，已用「1」為單位進行了精確的數值化活動，而在取概數活動中，要求以「十」為單位來重新描述，所以將 263 改記成 26 個「十」。</p>
--------------------	---

題號	3		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-03：能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。		
試題內容	<p>甲圓的直徑長 12 公分，乙圓的直徑長 10 公分，丙圓的直徑長 8 公分，哪個圓的圓周最長？</p> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣長</p>		
選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1*	0.90	0.80	0.97
2	0.02	0.04	0.01
3	0.04	0.08	0.01
4	0.03	0.07	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.90	鑑別度	0.17
試題品質 分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.17，試題品質不良；通過率為 0.90，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 90%，顯示超過九成的學生已經知道三個直徑長度不同的圓中，直徑最長的圓，其圓周也最長。</p> <p>(3)有 3%的學生選擇選項 3(低分組有 8%)，這些學生可能誤解題意，選擇周長較短的圓；也可能不理解直徑和圓周長的意義。</p>		
教材地位 分析	<p>先備的知識： 2-s-01：能認識周遭物體上的角、直線與平面（含簡單立體形體）。</p> <p>評量重點： 3-s-03：能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。</p> <p>延伸的知識： 5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。 6-s-03：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-n-14)</p>		
補救教學 建議	<p>(一)能使用圓規畫圓包含下列能力：</p> <p>(1)能使用圓規畫圓。</p> <p>(2)知道圓規筆尖與針尖的距離就是畫出圓的半徑。</p> <p>(3)能使用圓規筆尖及針尖的距離為單位，測量線段的長度。</p> <p>(二)圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P，無法畫出長度</p>		

是半徑的線段 OP ，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。

下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：

- (1) 在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。
- (2) 先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖的距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。
- (三) 給定不同的半徑(或直徑)請學生畫圓，幫助學生認識半徑(或直徑)愈大，畫出來的圓愈大，也就是圓周愈長。

題號	4		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-02：能熟練加減直式計算(四位數以內，和 <10000 ，含多重退位)。		
試題內容	算算看， $5496+4287=?$ ① 9673 ② 9683 ③ 9763 ④ 9783		
選答率	答題反應比率(*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.05	0.00
2	0.04	0.07	0.03
3	0.03	0.06	0.01
4*	0.90	0.80	0.96
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.90	鑑別度	0.16
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.16，試題品質不良；通過率為0.90，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項4，通過率為90%，顯示超過九成的學生已經熟練四位加四位且連續二次進位的加法直式計算。</p> <p>(3)有4%的學生選擇選項2(低分組有7%)，有3%的學生選擇選項3(低分組有6%)，這些學生可能在進位時發生錯誤。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-04：熟練二位數加減直式計算。</p> <p>2-n-05：能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-02：能熟練加減直式計算(四位數以內，和<10000，含多重退位)。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-02：能熟練整數加、減的直式計算。</p>		

補救教學 建議	<p>下面以「$1873+1459=?$」為例，說明如何幫助學生用加法直式算則解題。</p> <p>建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：利用有視窗的直式，溝通解題活動的過程</p> $ \begin{array}{r} \text{千 百 十 一} \\ 1 \quad 8 \quad 7 \quad 3 \\ + 1 \quad 4 \quad 5 \quad 9 \\ \hline 2 \quad 12 \quad 12 \quad 12 \\ \qquad \qquad \qquad +1-10 \\ \hline 2 \quad 12 \quad 13 \quad 2 \\ \qquad \qquad \qquad +1-10 \\ \hline 2 \quad 13 \quad 3 \quad 2 \\ +1-10 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 3 \quad 2 \end{array} $ <p>步驟二：省略視窗，並要求學生說明每一個步驟解題活動的意義。</p> $ \begin{array}{r} \text{千 百 十 一} \\ 1 \quad 8 \quad 7 \quad 3 \\ + 1 \quad 4 \quad 5 \quad 9 \\ \hline 3 \quad 3 \quad 3 \quad 2 \end{array} $
------------	---

題號	5		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-06：能熟練三位數除以一位數的直式計算。		
試題內容	<p>下列何者是 $707 \div 7$ 的商數和餘數？</p> <p>① 商數是 11，餘數是 0</p> <p>② 商數是 100，餘數是 7</p> <p>③ 商數是 101，餘數是 0</p> <p>④ 商數是 110，餘數是 7</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.14	0.01
2	0.04	0.10	0.01
3*	0.87	0.67	0.97
4	0.02	0.06	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.87	鑑別度	0.30
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.30，試題品質尚可；通過率為 0.87，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 87%，顯示近九成的學生已經熟練三位數除以一位數的除法直式計算。</p> <p>(3)有 6%的學生選擇選項 1(低分組有 14%)，這些學生可能沒有位值的概念，將商 101 中的 0 省略不記，得到商是 11 的答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>3-n-05：能理解除法的意義，運用 \div、$=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-06：能熟練三位數除以一位數的直式計算。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)建議教師可以透過下列方式幫助學生學習除法直式計算。</p> <p>以「659 元平分給 4 個人，每人最多分到幾元，還剩下多少元？」為例：</p> <p>(1)有兩種分解 659 的方法，第一種是將 659 分解成 $600 + 50 + 9$，第二種是將 659 分解成 6 個「百」、5 個「十」和 9 個「一」。</p>		

第二種方法會讓計算的數字變小，本基本學習內容透過第二種分解方式引入除法直式計算。

- (2) 將 659 元分解成 6 張百元鈔票、5 枚十元硬幣和 9 個一元硬幣。先將 6 張百元鈔票平分給 4 人，每人分到 1 張百元鈔票，還剩下 2 張百元鈔票不夠分；將 2 張百元鈔票換成 20 枚十元硬幣，加上原有的 5 枚十元硬幣，合起來有 25 枚十元硬幣；25 枚十元硬幣平分給 4 人，每人分到 6 枚十元硬幣，還剩下 1 枚十元硬幣不夠分；將 1 枚十元硬幣換成 10 個一元硬幣，加上原有的 9 個一元硬幣，合起來有 19 個一元硬幣；19 個一元硬幣平分給 4 人，每人分到 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣。合起來每人分到 1 張百元鈔票、6 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣，還剩下 3 個一元硬幣，也就是每人分到 164 元，剩下 3 元。
- (3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

百 十 一	
1 6 4	⇒ 1 張百元、6 枚十元和 4 個一元，是 164 元
4) 6 5 9	⇒ 6 張百元、5 枚十元和 9 個一元
- 4	⇒ 先分 6 張百元，每人分到 1 張，還剩下 2 張
2 5	⇒ 換成 20 枚十元，加上原有 5 枚，有 25 枚
- 2 4	⇒ 再分 25 枚十元，每人分到 6 枚，剩下 1 枚
1 9	⇒ 換成 10 個一元，加上原有的 9 個，有 19 個
- 1 6	⇒ 再分 19 個一元，每人分到 4 個
3	⇒ 剩下 3 個一元

題號	6		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-02：能熟練加減直式計算(四位數以內，和 <10000 ，含多重退位)。		
試題內容	<p>博愛麵包店週年慶，準備了1201個氣球要送給客人，早上送出了156個，還剩下幾個氣球？</p> <p>① 945個 ② 1045個 ③ 1055個 ④ 1155個</p>		
選答率	答題反應比率(*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.10	0.02
2*	0.89	0.74	0.97
3	0.05	0.10	0.01
4	0.02	0.04	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.89	鑑別度	0.23
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.23，試題品質不良；通過率為0.89，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項2，通過率為89%，顯示九成的學生已經熟練四位減三位且連續二次退位的減法直式計算。</p> <p>(3)有5%的學生選擇選項1(低分組有10%)，有5%的學生選擇選項3(低分組有10%)，這些學生可能在退位時發生錯誤。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-04：熟練二位數加減直式計算。</p> <p>2-n-05：能理解三位數加減直式計算(不含兩次退位)。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-02：能熟練加減直式計算(四位數以內，和<10000，含多重退位)。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-02：能熟練整數加、減的直式計算。</p>		

補救教學
建議

(一)下面以「 $8421 - 3256 = ?$ 」為例，說明如何幫助學生用加法直式算則解題。

建議教師透過下列步驟幫助學生解題。

步驟一：先用有視窗的直式記錄解題過程

$$\begin{array}{r} \text{千} \quad \text{百} \quad \text{十} \quad \text{一} \\ 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \Rightarrow \text{將 } 8421 \text{ 解讀為 } 8 \text{ 個千 } 4 \text{ 個百 } 2 \text{ 個十 } 1 \text{ 個一} \\ - 3 \quad 2 \quad 5 \quad 6 \Rightarrow \text{將 } 3256 \text{ 解讀為 } 3 \text{ 個千 } 2 \text{ 個百 } 5 \text{ 個十 } 6 \text{ 個一} \\ \hline 8 \quad 4 \quad 1 \quad 11 \Rightarrow 1 \text{ 不夠減 } 6, \text{ 拿 } 1 \text{ 個十換 } 10 \text{ 個一} \\ - 3 \quad 2 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 8 \quad 3 \quad 11 \quad 11 \Rightarrow 1 \text{ 不夠減 } 5, \text{ 拿 } 1 \text{ 個百換 } 10 \text{ 個十} \\ - 3 \quad 2 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 5 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \Rightarrow \text{答案是 } 5 \text{ 個千 } 1 \text{ 個百 } 6 \text{ 個十 } 5 \text{ 個一,} \\ \text{也就是 } 5165。 \end{array}$$

步驟二：省略視窗並要求說明每一個步驟解題活動的意義。

$$\begin{array}{r} \text{千} \quad \text{百} \quad \text{十} \quad \text{一} \\ 8 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \Rightarrow \text{將 } 8421 \text{ 解讀為 } 8 \text{ 個千 } 4 \text{ 個百 } 2 \text{ 個十 } 1 \text{ 個一} \\ - 3 \quad 2 \quad 5 \quad 6 \Rightarrow \text{將 } 3256 \text{ 解讀為 } 3 \text{ 個千 } 2 \text{ 個百 } 5 \text{ 個十 } 6 \text{ 個一} \\ \hline 5 \quad 1 \quad 6 \quad 5 \Rightarrow \text{答案是 } 5 \text{ 個千 } 1 \text{ 個百 } 6 \text{ 個十 } 5 \text{ 個一,} \\ \text{也就是 } 5165。 \end{array}$$

(二)以退位減法計算問題「 $537 - 251$ 」為例，在說明減法退位計算時，常用「向百位借 1」的說法，這種說法並不正確，因為借了並沒有還回來。

建議教師改用「拿一個 100 換 10 個 10」的說法。

題號	7		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-10：能做簡單的三位數加減估算。		
試題內容	媽有 500 元，買了 193 元的書後，剩下的錢最接近多少元？ ① 200 元 ② 300 元 ③ 400 元 ④ 700 元		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.06	0.00
2*	0.86	0.70	0.97
3	0.08	0.15	0.02
4	0.03	0.07	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.86	鑑別度	0.27
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.277，試題品質尚可；通過率為 0.86，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 86%，顯示近九成的學生已經能做簡單的三位數加減估算。</p> <p>(3)有 8%的學生選擇選項 3(低分組有 15%)，這些學生不理解估算的意義，將 193 估為 100，$500-100=400$，得到剩下的錢最接近 400 元的答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-11：能做簡單的二位數加減估算</p> <p>評量重點： 3-n-10：能做簡單的三位數加減估算。</p> <p>延伸的知識： 4-n-06：能在具體情境中，對大數在指定位數取概數（含四捨五入法），並做加、減之估算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)教師在評量估算問題時，<u>不宜</u>直接要求估算結果的標準答案，例如不可直接提問「$312+299$ 的答案大約是多少？」，因為 600 和 610 都是合理的答案。</p> <p>教師只能布下列的問題：</p> <p>例：$32+49=()$，答案最接近 70、80、90 中的哪一個數字？ $71-29=()$，答案最接近 30、40、50 中的哪一個數字？</p>		

$302+299=(\quad)$ ，答案最接近 400、500、600 中的哪一個數字？

$701-599=(\quad)$ ，答案最接近 100、200、300 中的哪一個數字？

(二)估算與取概數都無法精確地描述個數，因而容忍少量的差異，只做大概的描述，但是它們最後描述的單位並不相同。

估算是計算的問題，例如「 $302+299$ 」的答案很接近 600，其答案必須以「1」為單位來描述；而取概數是單位量轉換的問題，例如三位數字「263」，已用「1」為單位進行了精確的數值化活動，而在取概數活動中，要求以「十」為單位來重新描述，所以將 263 改記成 26 個「十」。

題號	8		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。		
試題內容	老師的身高是 168()，請問()內填入哪個長度單位最適合？ ① 毫米 ② 公分 ③ 公尺 ④ 公斤		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.06	0.00
2*	0.89	0.74	0.99
3	0.04	0.08	0.00
4	0.04	0.09	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.89	鑑別度	0.25
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.25，試題品質尚可；通過率為 0.89，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 89%，顯示超過九成的學生已具備以公分為單位進行實測或估測的能力。</p> <p>(3)學生選擇合適單位的通過率都不高，本題的通過率超過九成，可能的原因是身高幾公分與體重幾公斤是學生日常生活中經常接觸到的問題，學生可能因為熟悉情境而答對，不是因為有公分的量感或實測經驗而答對。</p> <p>(4)有 4%的學生選擇選項 4(低分組有 9%)，這些學生可能不理解重量及長度常用單位的意義，認為公斤是測量長度的單位。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-15：能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。</p> <p>評量重點： 3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。</p> <p>延伸的知識： 4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。</p>		

(一)對國小學生而言，數字是用來描述離散量的個數，例如 5 條繩子，7 顆蘋果等。當學生面對 1 條繩子長 30 公分，或 1 個蘋果重 38 公克的情境時，他可能無法理解，為什麼 1 條繩子會冒出「30」這個數字，1 個蘋果會冒出「38」這個數字。下面說明為什麼可以使用數字來描述，以及將這些量數字化對我們有哪些幫助？

有一條要被測量長度的甲繩，當我們選定「1 公分」當做長度的單位量，就可以利用單位量累積的次數來描述甲繩的長度，例如 30 個「1 公分」接起來和甲繩一樣長，就稱甲繩的長度是 30 公分。我們也可以將單位量等分割，稱等分割後的量為單位分量，再利用單位分量累積的次數來描述繩子的長度，例如將單位量「1 公尺」平分成 10 份，得到單位分量 $\frac{1}{10}$ 公尺，3 個 $\frac{1}{10}$

公尺接起來和甲繩一樣長，就稱甲繩的長度是 $\frac{3}{10}$ 公尺。

透過單位量將要測量的量數值化有兩個好處，以長度量為例，第一個好處是能描述被測量的繩子有多長，第二個好處是透過數字的大小，可以比較所有被測量繩子的長短。

(二)量感

長度、面積、容量、體積、角度、重量這六種感官量中，估測哪些量比較準？為什麼這些量比較容易估測？跳繩、走廊、萬里長城及細菌的長度中，估測哪些量比較準？為什麼很長或很短的情境都不容易估測？能進行有效率的估測，要有哪些先備能力？

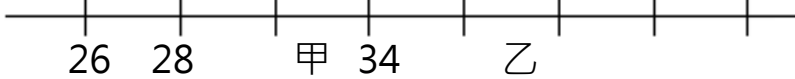
測量是將單位量數值化的結果，因此掌握的單位量感愈多，愈容易描述測量的結果，當我們能夠掌握 1 公分的量感，就能透過 1 公分累積的次數，描述鉛筆大約長多少公分。透過 1 公分的累積次數描述走廊有多長很困難，因為累積的次數太多，如果我們能夠掌握 1 公尺的量感，就能透過 1 公尺累積的次數，描述走廊大約長幾公尺。

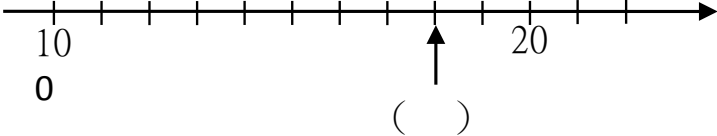
當學生知道拇指和食指間的寬度是 7 公分 (1 掬)，就能以 1 掬為單位量，測量黑板的長度，例如 40 個 1 掬接起來和黑板一樣長，黑板的長度就是 40 個 1 掬，也就是 $40 \times 7 = 280$ 公分。用 1 掬為單位量測量教室的周長太麻煩，當學生也知道伸直雙手的

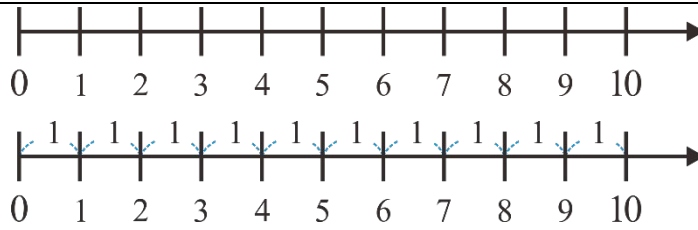
長度是 1.5 公尺，就能以伸直雙手的長度為單位量，測量教室的周長，例如 30 個伸直雙手的長度接起來和教室的周長一樣長，教室的周長就是 $1.5 \times 30 = 45$ 公尺。

由以上的描述可以知道，必須有單位量的概念，才能透過單位量的累積次數概略描述被測量的量是多少個單位量，多數成人估測長度及角度不會太離譜，估測重量比較困難。因為成人掌握較多長度的單位量，可以透過單位量累積的次數描述被測量的量和單位量的倍數關係，來描述繩子有多長；成人也能掌握直角是 90 度，可以透過和 90 度的比較，或將 90 度先分割再合成的方式，概略描述一個角是多少度。

多數成人無法掌握 1 公克或 1 公斤的量，因此無法較正確的描述物體的重量；多數成人也沒有適合描述很長或很短長度的單位量感，所以無法正確估測萬里長城或細菌的長度。

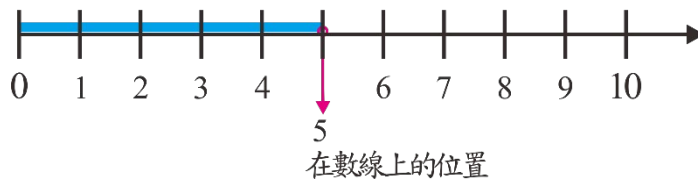
題號	9		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-09：由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。		
試題內容	<p>下圖是一條數線，請問甲和乙這兩個位置要填入什麼數字？</p>  <p>① 甲填入 30，乙填入 36 ② 甲填入 30，乙填入 38 ③ 甲填入 32，乙填入 36 ④ 甲填入 32，乙填入 38</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.17	0.01
2	0.04	0.09	0.01
3	0.07	0.12	0.02
4*	0.81	0.59	0.96
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.81	鑑別度	0.37
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.37，試題品質佳；通過率為 0.81，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 81%，顯示超過八成的學生已能掌握整數數線的意義。</p> <p>(3)有 7%的學生選擇選項 1(低分組有 17%)，這些學生可能無法掌握整數數線的意義，認為 1 格的長度是 1，甲在 28 右邊 2 格，所以甲的坐標是 30，乙在 34 右邊 2 格，所以乙的坐標是 36。</p> <p>(4)107 年試題通過率為 97%，本題過率為 83%，可能原因如下： ①學生熟悉一格是 1 個單位的整數數線，不熟悉一格是 2 個單位</p>		

	<p>的整數數線。</p> <p>②學生只會報讀刻度，不知道兩刻度間的距離是 1，也不知道刻度 a 和刻度 0 的距離是 a 個單位。</p> <p>◎107 年試題：</p> <p>下圖是一條數線，()中應填入哪一個數字？</p>  <p>① 16 ② 17 ③ 18 ④ 22</p>
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-s-03：能使用直尺處理與線段有關的問題。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-09：由長度測量的經驗來認識數線，標記整數值與一位小數，並在數線上做大小比較、加、減的操作。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-10：能將簡單分數標記在數線上。</p> <p>5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。</p>
補救教學建議	<p>(一)教師可以利用直尺測量物長的經驗來認識數線，例如透過直尺測量物長是 18 公分，指的是刻度 18 和刻度 0 的距離是 18 公分，幫助學生認識數線上的 18 有下列兩種意義</p> <p>(1)在數線上的位置是 18(國小階段沒有引入坐標的名詞)。</p> <p>(2)和原點 0 的距離是 18。</p> <p>(二)建議教師透過下列方法幫助學生理解整數數線：</p> <p>步驟一：以 1 公分為 1 單位，利用直尺上的公分刻度繪製整數數線，並說明 1 指的是 0 和 1 的距離是 1 單位，2 指的是 0 和 2 的距離是 2 單位，…。幫助學生理解整數數線的意義。</p>

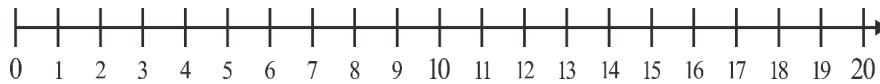


步驟二：將整數標示在整數數線上，並理解刻度 1 和刻度 0 的距離是 1 公分(即 1 單位)、刻度 5 和刻度 0 的距離是 5 公分(即 5 個單位)，.....。如下所示：

刻度 5 和原點 0
在數線上的距離是 5 個單位



步驟三：將整數數線擴充至 10 以上。



題號	10		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-05：能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>207 個蘋果，每 8 個蘋果裝 1 大盒，可以裝滿 25 大盒，還剩下 7 個蘋果，如果 207 個蘋果，每 4 個裝成 1 小盒，全部裝完後，還剩下多少個蘋果？</p> <p>① 7 個 ② 4 個 ③ 3 個 ④ 1 個</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.29	0.00
2	0.08	0.17	0.02
3*	0.76	0.43	0.96
4	0.04	0.07	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.76	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.76，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 76%，顯示近八成的學生已具備利用除法解題的能力。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 29%)，這些學生可能不理解題意，或受到題幹「還剩下 7 個」敘述的影響，選擇剩下 7 個為答案。</p> <p>(3)有 8%的學生選擇選項 2(低分組有 17%)，這些學生可能不理解題意，或受到題幹「每 4 個裝成 1 小盒」敘述的影響，選擇剩下 4 個為答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>評量重點： 3-n-05：能理解除法的意義，運用\div、$=$做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。</p> <p>延伸的知識： 4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>		

<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)建議教師透過下列步驟幫助學生解題</p> <p>步驟一：幫助學生認識 8 個蘋果裝 1 大盒，如果改成 4 個裝 1 小盒，可以裝滿 2 小盒。</p> <p>步驟二：幫助學生認識 2 大盒可以裝滿 4 小盒，3 大盒可以裝滿 6 小盒，…，所以 25 大盒可以裝滿 50 小盒。</p> <p>步驟三：剩下的 7 個蘋果可以裝滿 1 小盒，還剩下 3 個蘋果。</p> <p>步驟四：207 個蘋果可以裝滿 51 小盒，還剩下 3 個蘋果。</p> <p>步驟五：透過除法直式來檢驗，$207 \div 4 = 51 \cdots 3$，也就是 207 個蘋果可以裝滿 51 小盒，還剩下 3 個蘋果。</p> <p>步驟六：教師可以提示，也可以利用 $207 \div 4 = 51 \cdots 3$，得到可以裝滿 51 小盒，還剩下 3 個蘋果的答案。</p>
--------------------	--

題號	11		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。		
試題內容	算算看，120 分鐘和幾小時幾分鐘一樣長？ ① 1 小時 20 分鐘 ② 12 小時 0 分鐘 ③ 2 小時 0 分鐘 ④ 5 小時 0 分鐘		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.22	0.49	0.02
2	0.07	0.15	0.02
3*	0.69	0.30	0.96
4	0.01	0.03	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.69	鑑別度	0.67
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.67，試題品質良好；通過率為 0.69，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 69%，顯示七成的學生已能將幾分鐘聚成多少小時。 (3)有 22%的學生選擇選項 1(低分組有 49%)，這些學生可能受到整數十進位位值的影響，類比「120」和「1 個百 20 個一」一樣大，算出「120 分鐘」和「1 小時 20 分鐘」一樣長。 (4)有 7%的學生選擇選項 2(低分組有 15%)，這些學生可能受到整數十進位位值的影響，類比「120」和「12 個十」一樣大，算出「120 分鐘」和「12 小時 0 分鐘」一樣長。		
教材地位分析	先備的知識： 2-n-12：能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。 評量重點：		

	<p>3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>建議教師透過下列步驟幫助學生解題。</p> <p>步驟一：透過撥鐘幫助學生認識 60 分鐘=1 小時，1 小時=60 分鐘</p> <p>(1)先說明分針轉 1 小格是 1 分鐘，1 圈有 60 小格，所以分針轉 1 圈是 60 分鐘。</p> <p>(2)再說明時針轉 1 大格是 1 小時</p> <p>(3)透過撥鐘，讓學生看到分針轉 1 圈、時針轉 1 大格。</p> <p>所以 60 分鐘=1 小時，1 小時=60 分鐘</p> <p>步驟二：120-60=60 先拿 60 分鐘換 1 小時</p> <p>60-60=0 再拿 60 分鐘換 1 小時</p> <p>120 分鐘可以換 2 個 1 小時，也就是 120 分鐘=2 小時</p>

題號	12		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。		
試題內容	上午 11 時 47 分到下午 1 時 47 分，共經過多少分鐘？ ① 2 分鐘 ② 10 分鐘 ③ 120 分鐘 ④ 600 分鐘		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.16	0.00
2	0.10	0.24	0.01
3*	0.73	0.43	0.97
4	0.08	0.14	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.73	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.73，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 73%，顯示七成五的學生已具備解決上午 a 時 c 分到下午 b 時 c 分經過幾小時問題的能力。</p> <p>(3)有 10%的學生選擇選項 2(低分組有 24%)，這些學生可能不理解題意，因為題目中給定幾分的數字相同，因此學生將題目中描述幾時的兩個數字相減，$11-1=10$，算出經過 10 分鐘。</p> <p>(4)有 8%的學生選擇選項 1(低分組有 16%)，這些學生可能正確算出經過 2 小時，但誤認為 2 小時等於 2 分鐘。</p> <p>(5)有 8%的學生選擇選項 4(低分組有 14%)，這些學生可能將題目中描述幾時的兩個數字相減，$11-1=10$，得到經過 10 小時，也就是 600 分鐘的答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-12：能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。</p>		

	<p>評量重點：</p> <p>3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)以 1 小時=60 分鐘為例，教師應先溝通連續兩整點間是經過 1 小時，也是 60 分鐘，例如 8 時至 9 時是經過 1 小時，也是 60 分鐘；15 時至 16 時是經過 1 小時，也是 60 分鐘。再溝通 a 時 b 分至(a+1)時 b 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘，例如 6 時 25 分至 7 時 25 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘；17 時 13 分至 18 時 13 分是經過 1 小時，也是 60 分鐘。</p> <p>(二)建議教師利用點數幫助學生解決兩時刻之間經過多少時間的問題，例如透過「8 時 47 分至 9 時 47 分經過 1 小時、9 時 47 分至 10 時 47 分再經過 1 小時」，得到經過 2 小時，也就是 120 分鐘的答案。</p> <p>(三)「下午 12 時 40 分」是日常生活中經常使用的說法；數學上的說法是「下午 0 時 40 分」，因為 12 時制不會超過 12 時。建議教師將 12 時制改記成 24 時制後幫助學生解題。</p>

題號	13		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-01：能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。		
試題內容	將 5678 的千位數字 5 和十位數字 7 都加 2，百位數字和個位數字不變，得到一個新的數字甲，請問數字甲比 5678 大多少？ ① 22 ② 202 ③ 220 ④ 2020		
選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.21	0.01
2	0.08	0.16	0.02
3	0.11	0.24	0.01
4*	0.69	0.37	0.95
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.69	鑑別度	0.58
試題品質 分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.58，試題品質良好；通過率為 0.69，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 69%，顯示有七成的學生已經認識 10000 以內的數及其位名。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能沒有位值的概念，認為千位數字和十位數字都加 2，數字會大 22。</p> <p>(4)有 11%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能沒有位值的概念，認為千位數字和十位數字都加 2，數字會大 220。</p>		
教材地位 分析	<p>先備的知識： 2-n-01：能認識 1000 以內的數及「百位」的位名，並作位值單位換算。</p> <p>評量重點： 3-n-01：能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。</p> <p>延伸的知識： 4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並作位值單位的換算。</p>		

<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)「個位」、「十位」、「百位」及「千位」比較抽象，引入定位板或溝通位名時，可以在個位、十位、百位及千位上加入白色積木、橘色積木、百格板及千格板，或加入①、⑩、$\boxed{100}$、$\boxed{1000}$的圖像，幫助學生掌握不同單位的意義。</p> <p>(二)建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：5678 的千位數字 5 和十位數字 7 都加 2 後，原數字變成 7698。</p> <p>步驟二：$7698 - 5678 = 2020$，得到答案是 2020。</p> <p>步驟三：幫助學生觀察「千位數字 5 和十位數字 7 都加 2，百位數字和個位數字不變」和答案「$2020 = 2000 + 20$」的關係。</p> <p>步驟四：教師說明千位數字加 2 後，新的數字比原來的數字大 2000，十位數字加 2 後，新的數字比原來的數字大 20，所以 5678 的千位數字 5 和十位數字 7 都加 2 後，新的數字會比原來的數字大 2020 ($2000 + 20 = 2020$)。</p>
--------------------	--

題號	14		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。		
試題內容	<p>一盒蘋果有 10 個，老板大拍賣，媽媽買了 3 盒，<u>英英</u>吃了 2 個，請問她吃了幾盒蘋果？</p> <p>① $\frac{2}{3}$ 盒 ② $\frac{2}{10}$ 盒 ③ $\frac{3}{10}$ 盒 ④ $\frac{3}{2}$ 盒</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.26	0.33	0.13
2*	0.64	0.46	0.84
3	0.06	0.14	0.02
4	0.03	0.05	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.64	鑑別度	0.38
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.38，試題品質佳；通過率為 0.64，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 64%，顯示六成五的學生已經具備離散量情境分數命名的能力。</p> <p>(3)有 26%的學生選擇選項 1(低分組有 33%)，這些學生可能不具備離散量情境分數命名的能力，混淆被分割的量 1 盒和單位分量 1 個間的關係。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>評量重點： 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>延伸的知識： 4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)單位分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的「1 份」蛋糕為「$\frac{1}{4}$塊」蛋糕。相同的方式，稱分出來的「2 份」</p>		

蛋糕為「 $\frac{2}{4}$ 塊」蛋糕，分出來的「3份」蛋糕為「 $\frac{3}{4}$ 塊」蛋糕。

(二)分數問題主要包含連續量情境和離散量情境兩部份：

連續量情境：被分割的單位量是連續完整的物件，例如繩子、披薩、果汁、蛋糕等。

「將1條繩子平分剪成5段，其中的2段是 $\frac{2}{5}$ 條」是連續量情境真分數的命名活動。

離散量情境：被分割的單位量是離散的個物，例如一盒蘋果(6個)、一袋水餃(10個)等。

「一袋糖果有10顆，將1袋糖果平分成10份，其中的3份是 $\frac{3}{10}$ 袋」是離散量情境真分數的命名活動。

建議教師先處理連續量情境分數問題，再處理離散量情境分數問題。

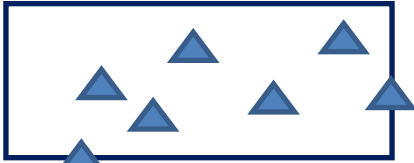
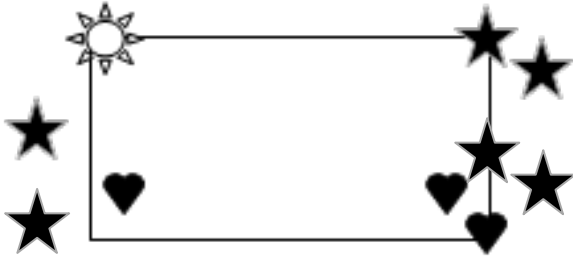
(三)教師應要求學生確定題目待答的單位為何。本題待答的單位是幾盒，可以將注意力放在「1盒蘋果有10個，吃了2個，2個是多少盒？」上。

題號	15		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。		
試題內容	媽媽把 600 元平分給 4 個小孩，爸爸又給每個小孩 40 元，請問一個小孩得到多少元？ ① 640 元 ② 190 元 ③ 160 元 ④ 150 元		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.28	0.01
2*	0.65	0.32	0.91
3	0.11	0.17	0.05
4	0.11	0.21	0.03
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.65	鑑別度	0.59
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.59，試題品質良好；通過率為 0.65，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 2，通過率為 65%，顯示近七成的學生已能在具體情境中，解決先除後加的兩步驟問題。 (3)有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 28%)，這些學生可能不理解題意，也沒有解決兩步驟問題的能力，算出第一個步驟後就停止解題。 (4)有 11%的學生選擇選項 3(低分組有 17%)，這些學生可能不理解題意，將先除後加的兩步驟問題解讀為先加後除的兩步驟問題。 (5)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能沒有解決兩步驟問題的能力，算出第一個步驟後就停止解題。		
教材地位分析	先備的知識： 2-n-10：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與乘，不含併式）。 評量重點： 3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。 延伸的知識： 4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。		



<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)以先減後除的兩步驟問題「一件外套 600 元，<u>晶晶</u>固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。</p> <p>(1)先布問題「一件外套 600 元，<u>晶晶</u>已經存了 400 元，她還要再存多少元？用算式把做法記下來」。</p> <p>幫助學生用算式「$600 - 400 = 200$」把做法記下來。</p> <p>(2)再布問題「<u>晶晶</u>固定每天存 10 元，她還要再存 200 元才夠，還需要再存幾天？用算式把做法記下來」。</p> <p>幫助學生用算式「$200 \div 10 = 20$」記錄解題活動。</p> <p>(3)最後再布原問題「一件外套 600 元，<u>晶晶</u>固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。」</p> <p>幫助學生用兩個算式「$15 + 25 = 40$、$40 \div 5 = 8$」把做法記下來。</p>
--------------------	---

題號	16		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。		
試題內容	算算看，4日16小時和幾小時一樣長？ ① 56 小時 ② 112 小時 ③ 64 小時 ④ 416 小時		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.19	0.01
2*	0.58	0.22	0.91
3	0.17	0.27	0.05
4	0.14	0.29	0.03
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.58	鑑別度	0.68
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.68，試題品質良好；通過率為 0.58，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 58%，顯示有六成的學生已具備解決幾日幾小時化成多少小時問題的能力。</p> <p>(3)有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 19%)，這些學生可能受到整數十進位位值的影響，誤認為 1 日 = 10 小時，$40 + 16 = 56$，算出 4 日 16 小時和 56 小時一樣長。</p> <p>(4)有 17%的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能混淆 1 日是 12 小時或 24 小時的意義，誤認為 1 日 = 12 小時，$48 + 16 = 64$，算出 4 日 16 小時和 64 小時一樣長。</p> <p>(5)有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 29%)，這些學生可能受到整數十進位位值的影響，誤認為 1 日 = 100 小時，$400 + 16 = 416$，算出 4 日 16 小時和 416 小時一樣長。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-12：能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。</p> <p>評量重點： 3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>延伸的知識： 4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p>		

	<p>先備的知識： 2-n-12：能認識鐘面上的時刻是幾點幾分。</p> <p>評量重點： 3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>延伸的知識： 4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>下面以「2小時30分鐘也可以說是多少分鐘？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：幫助學生知道1小時=60分鐘。</p> <p>步驟二：1小時=60分鐘，2小時是2個1小時，也就是2個60分鐘，可以利用$60+60=120$或$60\times 2=120$，算出2小時也就是120分鐘。</p> <p>步驟三：2小時30分鐘=2小時+30分鐘，120分鐘+30分鐘=150分鐘，得到2小時30分鐘也可以說是150分鐘。</p>

題號	17		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-01：能認識平面圖形的內、外部與其周界。		
試題內容	<p>算算看，長方形的內部比外部多幾個▲？</p>  <p>① 0 個 ② 3 個 ③ 5 個 ④ 7 個</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.16	0.13
2	0.27	0.29	0.18
3*	0.55	0.46	0.68
4	0.03	0.07	0.00
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.55	鑑別度	0.22
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.22，試題品質尚可；通過率為 0.55，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 55%，顯示五成五的學生已經認識平面圖形的內、外部與其周界。</p> <p>(3)有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 16%)，這些學生可能誤解題意，發現外部沒有▲，選擇 0 個為答案。</p> <p>(4)有 27%的學生選擇選項 2(低分組有 29%)，這些學生可能混淆長方形外部和長方形周界的意義，誤認為長方形外部為長方形周界。</p> <p>(5)107 年試題的通過率為 86%，本題的通過率只有 55%，兩題的通過率相差 31%，可能的原因是學生沒有外部是 0 個問題的解題經驗，誤認為內部、外部和周界至少都要有 1 個以上的物件。</p> <p>◎107 試題：</p> <p>如圖，下列敘述何者正確？</p> 		



	<p>① 在長方形的周界上</p> <p>② 長方形的外部有 3 個 ★</p> <p>③ 長方形的內部有 3 個 ♥</p> <p>④ 長方形的周界上有 2 個圖形</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識： 2-s-01：能認識周遭物體上的角、直線與平面(含簡單立體形體)。</p> <p>評量重點： 3-s-01：能認識平面圖形的內、外部與其周界。</p> <p>延伸的知識： 4-s-09：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。 (同 4-n-18)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)日常生活中將下面兩個圖形都稱為三角形，數學上將它們視為不同的圖形，右邊的圖形稱為三角形，左邊的圖形是由三角形及其內部所組成的，稱為三角形區域，教師教學時應區分這兩種圖形的意義。</p> <p>教學的重點是三角形的構成要素邊和角時，討論的圖形是三角形，因為角不是扇形，而是共端點的兩線段；教學的重點是三角形的面積時，討論的圖形是三角形區域。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; text-align: center;"> <div data-bbox="663 1093 826 1218">  <p>三角形區域</p> </div> <div data-bbox="1050 1093 1145 1218">  <p>三角形</p> </div> </div>

題號	18		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-s-02：能認識周長，並實測周長。		
試題內容	長 8 公分、寬 5 公分長方形的周長是多少公分？ ① 13 公分 ② 20 公分 ③ 26 公分 ④ 40 公分		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.41	0.01
2	0.03	0.06	0.01
3*	0.66	0.28	0.92
4	0.14	0.23	0.06
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.66	鑑別度	0.64
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.64，試題品質良好；通過率為 0.66，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 66%，顯示近七成的學生已經認識長方形並能實測其周長。</p> <p>(3)有 16%的學生選擇選項 1(低分組有 41%)，這些學生可能混淆長方形長和寬的意義，誤認為長方形的長和寬都只有一條。</p> <p>(4)有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 23%)，這些學生可能混淆長度單位公分和面積單位平方公分的意義，又誤用長方形面積公式來解題，算出長方形的面積是 40 公分。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-15：能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。</p> <p>評量重點： 3-s-02：能認識周長，並實測周長。</p> <p>延伸的知識： 4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)多邊形的「周長」就是「邊長和」的意思。</p> <p>三角形的周長指的是周界的長，所以三角形的周長是三條邊的長度和。</p> <p>正方形的周長指的是周界的長，所以正方形的周長是四條邊的長度和。</p> <p>長方形的周長指的是周界的長，所以長方形的周長是兩條長邊</p>		

和兩條寬邊的長度和。


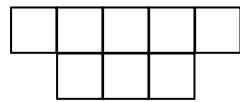
(二)建議教師依下列步驟幫助學生解題：

步驟一：給定一個長方形，並標示兩條長邊和兩條寬邊的長度，要求學生算出周長，也就是4條邊的長度和。

步驟二：給定一個長方形，只標示一條長邊和一條寬邊的長度，要求學生算出周長。

教師應幫助學生認識長邊有2條，這2條長邊一樣長，寬邊有2條，這2條寬邊一樣長。

步驟三：回到本題(文字題)，要求學生算出長方形的周長。

題號	19		
內容領域	幾何	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-s-05：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。 (同 3-n-18)		
試題內容	<p>一個  的面積是 1 平方公分，下圖的面積是多少？</p>  <p>① 14 公分 ② 8 公分 ③ 14 平方公分 ④ 8 平方公分</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.05	0.00
2	0.26	0.30	0.18
3	0.03	0.07	0.00
4*	0.68	0.56	0.81
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.68	鑑別度	0.25
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.25，試題品質尚可；通過率為 0.68，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 68%，顯示近七成的學生已經認識面積單位「平方公分」，並能做相關的實測。</p> <p>(3)有 26%的學生選擇選項 2(低分組有 30%)，這些學生可能混淆 1 公分和 1 平方公分單位的意義，點數後誤認為面積是 8 公分；這些學生也可能沒有看清楚選項的單位，看到數字 8 就誤認為是正確的答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-s-04：能認識面積。(同 2-n-18)</p> <p>評量重點： 3-s-05：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。 (同 3-n-18)</p> <p>延伸的知識： 4-s-09：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。 (同 4-n-18)</p>		

<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)教師應多提供學生以「1 平方公分」為計數單位的實測活動，例如名片和 45 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以名片的面積是 45 平方公分，幫助學生建立「1 平方公分」的量感。</p> <p>(二)教師可以透過平方公分板，先幫助學生點數長方形的面積和幾個 1 平方公分合起來一樣大，也就是幾平方公分；再要求學生透過「一排有幾個 1 平方公分，有幾排」的方式，用乘法計算出長方形的面積是幾個 1 平方公分，也就是幾平方公分。</p> <p>(三)三年級只能討論給定長方形的面積是幾平方公分，不能引入長方形的面積公式，四年級(4-n-18)才引入長方形面積公式。</p>
--------------------	---

題號	20		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。		
試題內容	已知 $40 \times 30 = 1200$ ，請問 $40 \times 32 = ?$ ① 1232 ② 1260 ③ 1264 ④ 1280		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.33	0.04
2	0.12	0.19	0.05
3	0.06	0.12	0.02
4*	0.61	0.33	0.89
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.61	鑑別度	0.56
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.56，試題品質良好；通過率為 0.61，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已掌握乘法表相鄰幾項乘數和積間的關係；或已熟練兩位數乘以兩位數的直式計算。</p> <p>(3)三年級學生尚未熟練兩位乘以兩位的乘法直式計算，本題的評量重點不是兩位乘以兩位的乘法直式計算，本題評量學生是否能利用 $40 \times 30 = 1200$ 的答案，利用加法 $1200 + 40 + 40 = 1280$，算出 $40 \times 32 = 1280$。</p> <p>(4)有 20%的學生選擇選項 1(低分組有 33%)，這些學生可能無法掌握乘法表相鄰幾項乘數和積間的關係，受到 40×32 中乘數 32 的影響，認為 40×32 比 40×30 大 32。</p> <p>(5)有 12%的學生選擇選項 2(低分組有 19%)，這些學生可能無法掌握乘法表相鄰幾項乘數和積間的關係，認為乘數 32 比乘數 30 大 2，所以積就會大 $30 \times 2 = 60$。</p> <p>(6)有 6%的學生選擇選項 3(低分組有 12%)，這些學生可能無法掌握乘法表相鄰幾項乘數和積間的關係，認為乘數 32 比乘數 30 大 2，所以積就會大 $32 \times 2 = 64$。</p>		

教材地位 分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-08：能理解九九乘法。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>
補救教學 建議	<p>(一)下面提供一種幫助學生熟記九九乘法的教學策略，學生使用這種策略前必須具備兩個先備知識，第一個是理解乘法算式的意義；第二個是已經熟練加法計算。</p> <p>以乘法問題「一枝鉛筆賣 3 元，9 枝鉛筆賣多少元？」為例，學生可以透過「$3+3+3+3+3+3+3+3+3=27$」算出 9 枝鉛筆賣 27 元的答案，並用乘法算式「$3\times 9=27$」記錄解題過程，但是只記憶單獨的乘法算式對熟記九九乘法並沒有幫助，必須透過經常寫出部份九九乘法的算式，才能夠幫助學生熟記九九乘法。</p> <p>學生不會背九九乘法，只能用加法來解決問題，教師可以先使用下面【圖一】左邊的加法算式，把解題的過程記錄下來，接著在教師的幫助下，透過 $3+3=6$，2 個 3 合起來是 6，可以記成 $3\times 2=6$；$6+3=9$，2 個 3 再加 1 個 3 合起來是 3 個 3，3 個 3 合起來是 9，可以記成 $3\times 3=9$；$9+3=12$，3 個 3 再加 1 個 3 合起來是 4 個 3，4 個 3 合起來是 12，可以記成 $3\times 4=12\cdots\cdots$；$24+3=27$，8 個 3 再加 1 個 3 合起來是 9 個 3，可以記成 $3\times 9=27$，幫助學生把左邊的加法算式改記成右邊的乘法算式，並要求學生以後解決乘法問題時，都改用右邊的算式來記錄。請注意，右邊的乘法算式是替代左邊的加法算式，幫助學生透過經常記錄，熟記九九乘法，學生雖然使用右邊的乘法算式來記錄，但是學生還是透過加法解決問題。</p>

$3+3=6$	$3\times 2=6$
$6+3=9$	$3\times 3=9$
$9+3=12$	$3\times 4=12$
$12+3=15$	$3\times 5=15$
$15+3=18$	$3\times 6=18$
$18+3=21$	$3\times 7=21$
$21+3=24$	$3\times 8=24$
$24+3=27$	$3\times 9=27$

【圖一】

當學生熟記「 $3\times 7=21$ 」時，學生不必再記錄「 $3\times 2=6$ ， $3\times 3=9$ ， $3\times 4=12$ ， $3\times 5=15$ ， $3\times 6=18$ 」這些算式，只要直接記錄「 $3\times 7=21$ 」即可，但是學生可能還無法熟記「 3×8 」和「 3×9 」的答案是多少，因此學生可以將上面【圖一】右邊的乘法算式，省略的記成下面【圖二】左邊的乘法算式，其中算式「 $3\times 7=21$ 」是學生記憶的結果，「 3×8 」和「 3×9 」是透過加法解決問題。

當學生熟記「 $3\times 9=27$ 」時，代表學生可以使用乘法算式「 $3\times 9=27$ 」替代加法解決問題，因此學童可以將下面【圖二】左邊的乘法算式，省略的記成下面【圖二】右邊的乘法算式。

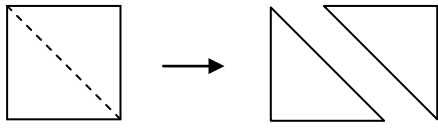
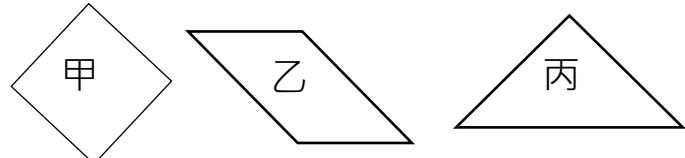
$3\times 7=21$	$3\times 9=27$
$3\times 8=24$	
$3\times 9=27$	

【圖二】

(二)教師可以透過擷取九九乘法表部分算式，幫助學生發現乘數變化和答案變化之間的關係，例如： 2×8 比 2×6 多加了 2 個 2，答案 16 比 12 也多了 2 個 2， 2×6 比 2×8 少加了 2 個 2，答案 12 比 16 也少了 2 個 2。

$$\begin{array}{l} 2 \times 6 = 12 \\ 2 \times 7 = 14 \\ 2 \times 8 = 16 \end{array}$$

(三)教師可以透過加法算式，先幫助學生認識 40×3 比 40×2 多 1 個 40， 40×4 比 40×2 多 2 個 40；再幫助學生認識 40×7 比 40×6 多 1 個 40， 40×7 比 40×5 多 2 個 40 後，再要求學生解題。

題號	21		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-06：能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。		
試題內容	<p>真真把3張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有6個三角形。</p>  <p>接著，真真先用2個三角形拼出甲圖形，再用2個三角形拼出乙圖形，最後用2個三角形拼出丙圖形。</p>  <p>請問哪一個圖形的面積最大？</p> <p>① 一樣大 ② 甲 ③ 乙 ④ 丙</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.77	0.51	0.97
2	0.06	0.13	0.01
3	0.08	0.18	0.01
4	0.08	0.17	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.77	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.46，試題品質良好；通過率為 0.77，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 77%，顯示近八成的學生已掌握面積的保留概念。</p> <p>(3)有 8%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，有 8%的學生選擇選項 4(低分組有 17%)，這些學生可能無法掌握面積的保留概念，受到視覺的影響，認為圖形乙或圖形丙的面積最大。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>1-s-04：能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-s-06：能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。</p>		

	<p>延伸的知識： 4-s-03：能認識平面圖形全等的意義。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)面積的保留概念</p> <p>面積保留概念指的是同一個圖形的面積，不論誰來量的結果都一樣，而且圖形的面積度不會受到時間、空間與本身重組等影響而改變，學童必須歸納多次經驗後才能得到的信念。下面提出四種面積保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形成，後面兩種特徵比較晚形成，教師可以透過這些特徵，檢查學童是否具有面積的保留概念。</p> <p>第一種：圖形的面積不會受到位置的影響而改變 將一個長方形橫放、直放、斜放、移來移去，這個長方形的面積都不會改變。</p> <p>第二種：圖形的面積不會受到時間的影響而改變 昨天、今天、明天、後天、大後天、…，同一個圖形的面積都不會改變。</p> <p>第三種：圖形的面積不會受到形狀的影響而改變 同一個圖形，不論彎曲成任意的形狀，圖形的面積都不會改變。</p> <p>第四種：圖形的面積不會受到本身分割或重組的影響而改變 將一個圖形分割成幾部份，這幾幾部份的圖形合起來，它們的面積都不會改變。</p>

題號	22		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。		
試題內容	一組紀念套幣有 8 枚硬幣，限量發售 168 組，共有幾枚硬幣？ ① 1254 枚 ② 1284 枚 ③ 1334 枚 ④ 1344 枚		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.18	0.01
2	0.13	0.23	0.04
3	0.10	0.20	0.02
4*	0.68	0.35	0.92
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.68	鑑別度	0.58
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.58，試題品質良好；通過率為 0.68，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 68%，顯示有七成的學生已熟練三位數乘以一位數的直式計算。</p> <p>(3)有 13%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，有 10%的學生選擇選項 3(低分組有 20%)，這些學生可能不熟練三位數乘以一位數的直式計算；也可能在進位時發生錯誤。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-08：能理解九九乘法。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>		

補救教學
建議

(一)三年級學生應該已經掌握兩位數乘以一位數的乘法計算，下面以「 147×6 」為例，說明如何幫助學生用乘法直式算則解題。

建議教師透過下列步驟幫助學生解題：

步驟一：先復習兩位數乘以一位數的乘法，並能用下面的直式記錄解題的活動。

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 6 \\ \hline 282 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 47 \\ \times 6 \\ \hline 282 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 6 \\ \hline 282 \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 24 \\ \times 6 \\ \hline 282 \end{array}$$

因為「4」和「24」都是「十」單位，只要心算出「 $4+24$ 」，就可以省略記成一行。

步驟二：延續二位數乘以一位數，並利用直式溝通

$$\begin{array}{r} \text{千 百 十 個} \\ \text{位 位 位 位} \\ 147 \\ \times 6 \\ \hline 282 \end{array} \Rightarrow 47 \times 6 = 282$$

$$\begin{array}{r} + 600 \\ \hline 882 \end{array} \Rightarrow 100 \times 6 = 600, \text{ 省略十位、個位的 } 0$$

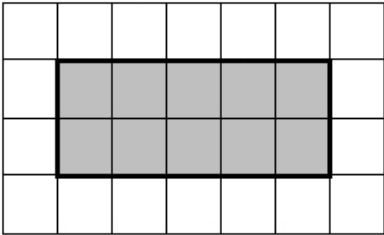
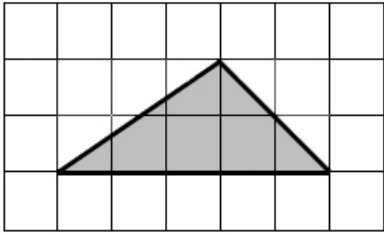
(二)乘數是一位數的乘法直式計算是大數字乘、除計算的基礎，以 345×678 為例，直式進行的是3次345乘以一位數6、7、8的計算，再以 $4613 \div 72$ 為例，學生估商時進行的是72乘以一位數的計算，建議將師要求學生熟練二位數乘以一位數及三位數乘以一位數的乘法直式計算，並將解題的結果記成一行，為大數字的乘、除直式計算鋪路。









題號	23		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-01：能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。		
試題內容	<p>下列關於「5070」的敘述何者正確？</p> <p>① 和 5 個千、7 個百合起來一樣大</p> <p>② 比 6000 小 70</p> <p>③ 和 $5000+7$ 一樣大</p> <p>④ 個位數字和百位數字一樣大</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.20	0.02
2	0.14	0.22	0.05
3	0.09	0.19	0.02
4*	0.67	0.36	0.92
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.67	鑑別度	0.57
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.57，試題品質良好；通過率為 0.67，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 67%，顯示近七成的學生已認識 10000 以內的數，並能進行位值單位換算。</p> <p>(3)有 14%的學生選擇選項 2(低分組有 22%)，這些學生可能無法掌握四位數的展開式，不知道 $5070=5000+0+70+0$；也可能計算時發生錯誤。學生可能的算法如下：$6000-70=5070$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-01：能認識 1000 以內的數及「百位」的位名，並作位值單位換算。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-01：能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並作位值單位的換算。</p>		

<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)可以先透過具體物幫助學生解題，例如先溝通 1 個千格板和 1000 個白色積木合起來一樣多，1 片百格板和 100 個白色積木合起來一樣多、1 條橘色積木 10 個白色積木合起來一樣多。再說明「7 個千、9 個十和 8 個一」指的是「7 個千格板、9 條橘色積木和 8 個白色積木」全部合起來和 7098 個白色積木一樣多。所以「7 個千、9 個十和 8 個一」合起來是 7098。</p> <p>(二)幫助學生列出四位數的展開式，例如 $2067 = 2000 + 0 + 60 + 7$ $5070 = 5000 + 0 + 70 + 0$。</p>
--------------------	--

題號	24		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-s-03：能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。		
試題內容	<p>甲要畫一個直徑 12 公分的圓，乙要畫一個半徑 12 公分的圓，丙要畫一個圓周長 12 公分的圓，誰圓規的兩腳打開最大？</p> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣大</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.16	0.03
2*	0.55	0.20	0.91
3	0.12	0.17	0.03
4	0.24	0.44	0.03
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.55	鑑別度	0.71
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.71，試題品質良好；通過率為 0.55，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 55%，顯示近六成的學生已經認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」，也能使用圓規畫圓。</p> <p>(3)有 12%的學生選擇選項 3(低分組有 17%)，這些學生可能不認識圓的「圓周」、「半徑」與「直徑」；也可能誤解題意或受到數字 12 的影響，認為同圓的圓周比長徑和半徑都長。</p> <p>(4)有 24%的學生選擇選項 4(低分組有 44%)，這些學生可能不認識圓的「圓周」、「半徑」與「直徑」，認為「圓周」、「半徑」與「直徑」的長度相同時，圓規兩腳打開的距離也一樣大。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-s-01：能認識周遭物體上的角、直線與平面（含簡單立體形體）。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-s-03：能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。</p>		

	<p>6-s-03：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-n-14)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)能使用圓規畫圓包含下列能力：</p> <p>(1)能使用圓規畫圓。</p> <p>(2)知道圓規筆尖與針尖的距離就是畫出圓的半徑。</p> <p>(3)能使用圓規筆尖及針尖的距離為單位，測量線段的長度。</p> <p>(二)圓規只能畫出與圓心 O 的距離是半徑長的點 P，無法畫出長度是半徑的線段 OP，因此國小學生利用圓規畫線段時，常無法掌握筆尖及針尖的距離與半徑長度的意義。</p> <p>下面提出兩種幫助學生澄清筆尖及針尖的距離與半徑長度意義的方法：</p> <p>(1)在圓規筆尖及針尖之間綁上繩子或橡皮筋，幫助學生在畫圓時，同時看到筆尖及針尖的距離，以及連接筆尖及針尖兩點長度的線段。</p> <p>(2)先畫出一條直線段，與學生溝通如何在直線段上畫出長 a 公分的線段，學生先張開圓規的筆尖及針尖，在直尺上量出筆尖及針尖的距離是 a 公分，再以直線段的端點 A 為圓心，畫弧和直線段交於 B 點，最後要求學生測量 AB 的長度，幫助學生察覺筆尖及針尖的距離為 a 公分時，連接筆尖及針尖的線段長也是 a 公分。</p> <p>(三)教師不宜分別量出圓半徑和直徑的長度，例如半徑長 3 公分、直徑長 6 公分，再利用除法算式 $6 \div 3 = 2$，說明直徑長是半徑長的 2 倍。</p> <p>用除法算式引入的 2 倍是基準量與比較量的關係，指的是半徑為基準量 1 時，比較量長度是 2，稱直徑長是半徑長的 2 倍，三年級學生不易理解其意義。</p> <p>教師可以幫助學生認識 2 條半徑接起來和直徑一樣長，所以半徑 $\times 2 =$ 直徑，可以說半徑的 2 倍是直徑。</p> <p>「半徑的 2 倍是直徑」的描述方式比較接近學生熟悉的語句「2 的 3 倍是 6」，學生較能掌握其意義。當學生掌握半徑長的 2 倍是直徑長後，教師可以說明半徑長是直徑長的一半，「一半」是日常生活中常用的說法，學生較能掌握其意義。</p>

題號	25		
內容領域	幾何	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-s-05：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。 (同 3-n-18)		
試題內容	<p>如圖，1 小格的面積是 1 平方公分，圖形甲的面積比圖形乙的面積大多少平方公分？</p> <p>圖形甲：</p>  <p>圖形乙：</p>  <p>① 7 平方公分 ② 5 平方公分 ③ 3 平方公分 ④ 2 平方公分</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.18	0.00
2*	0.82	0.60	0.97
3	0.05	0.11	0.01
4	0.04	0.08	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.82	鑑別度	0.37
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.37，試題品質佳；通過率為 0.82，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 82%，顯示超過八成的學生已經認識面積單位「平方公分」，能做相關的實測與計算。</p> <p>(3)有 7%的學生選擇選項 1(低分組有 18%)，這些學生可能不認識面積單位「平方公分」；也可能無法點數不是整公分的三角形面積。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-s-04：能認識面積。(同 2-n-18)</p> <p>評量重點： 3-s-05：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。 (同 3-n-18)</p>		

	<p>延伸的知識： 4-s-09：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。 (同 4-n-18)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)先透過 1cm^2 正方形方瓦的實際分割、拼湊活動，讓學生經驗 1cm^2 的正方形可經由對摺分割成 2 個全等的長方形或三角形</p> <p>(如圖  或 )，而這 2 個全等的長方形或三角形可拼湊回 1cm^2 的正方形。</p> <p>再透過邊長 2cm 正方形紙的實際分割、拼湊活動，讓學生經驗 4cm^2 的正方形可經由對摺分割成 2 個全等的長方形或三角形 (如圖  或 )，而此 2 個全等的長方形或三角形可拼湊回 4cm^2 的正方形。</p> <p>(一)先透過 1cm^2 正方形方瓦的實際分割、拼湊活動，讓學生經驗 1cm^2 的正方形可經由對摺分割成 2 個全等的長方形或三角形</p> <p>(如圖  或 )，而這 2 個全等的長方形或三角形可拼湊回 1cm^2 的正方形。</p> <p>再透過邊長 2cm 正方形紙的實際分割、拼湊活動，讓學生經驗 4cm^2 的正方形可經由對摺分割成 2 個全等的長方形或三角形 (如圖  或 )，而此 2 個全等的長方形或三角形可拼湊回 4cm^2 的正方形。</p> <p>(二)教師應多提供學生以「1 平方公分」為單位的實測活動，例如名片和 45 個「1 平方公分」合起來一樣大，所以名片的面積是 45 平方公分，幫助學生建立「1 平方公分」面積的量感。</p>

題號	26		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-05：能理解除法的意義，運用 \div 、 $=$ 做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。		
試題內容	七十幾個蘋果平分給7個人，每人分到10個蘋果，請問最多可能剩下多少個蘋果？ ① 6個 ② 7個 ③ 8個 ④ 9個		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.58	0.37	0.78
2	0.17	0.28	0.04
3	0.06	0.14	0.01
4	0.17	0.17	0.15
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.58	鑑別度	0.42
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.42，試題品質良好；通過率為0.58，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項1，通過率為58%，顯示超過六成的學生已經能解決除法問題，並認識餘數小於除數的關係。</p> <p>(3)有17%的學生選擇選項2(低分組有28%)，這些學生可能誤認為餘數可以小於或等於除數。</p> <p>(4)有17%的學生選擇選項4(低分組有17%)，這些學生可能認識餘數小於除數的關係，但是混淆除法算式中商和除數的意義，認為餘數要比10小。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-05：能理解除法的意義，運用\div、$=$做橫式紀錄（包括有餘數的情況），並解決生活中的問題。</p>		

	<p>延伸的知識：</p> <p>4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)理解除法算式的意義包含下列部份：</p> <p>(1)知道「被除數」、「除數」、「商」、「餘數」的名稱及意義。</p> <p>(2)理解商及餘數的意義，知道餘數一定要小於除數。</p> <p>(3)理解商及餘數的意義，知道被除數減餘數後就能整除。</p> <p>(二)「七十幾個」是日常生活中經常使用的概教表示法，教師應說明「七十幾個」可以是 71 個、72 個、...、79 個，再幫助學生將上述 9 個蘋果的個數都除以 7，幫助學生發現最多剩下 6 個蘋果。</p>

題號	27		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-08：能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)。		
試題內容	太陽餅 1 盒有 12 個，每 8 盒裝 1 箱，9 箱共有多少個太陽餅？ ① 29 個 ② 72 個 ③ 96 個 ④ 864 個		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.18	0.01
2	0.20	0.31	0.04
3	0.18	0.29	0.04
4*	0.53	0.17	0.90
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.53	鑑別度	0.73
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.73，試題品質良好；通過率為 0.53，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 53%，顯示近六成的學生已具備解決連乘兩步驟問題的能力。</p> <p>(3)有 20%的學生選擇選項 2(低分組有 31%)，這些學生可能不理解題意，也沒有解決兩步驟問題的能力，算出第一個步驟後就停止解題。</p> <p>(4)有 18%的學生選擇選項 3(低分組有 29%)，這些學生可能沒有解決兩步驟問題的能力，算出第一個步驟後就停止解題。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-10：能在具體情境中，解決兩步驟問題(加、減與乘，不含併式)。</p> <p>評量重點： 3-n-08：能在具體情境中，解決兩步驟問題(連乘，不含併式)。</p> <p>延伸的知識： 4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)下面以「一箱餅乾有 8 盒，一盒餅乾有 10 片。林阿姨訂了 5 箱，一共有多少片餅乾」為例，說明如何幫助學生用連乘兩步驟解題。</p> <p>建議教師透過分段布題，依下列三個步驟幫助學生解題：</p> <p>步驟一：先布問題「一箱餅乾有 8 盒，一盒餅乾有 10 片，一箱餅乾有幾片？用算式把做法記下來」。</p>		

	<p>幫助學生用算式「$10 \times 8 = 80$」把做法記下來。</p> <p>步驟二：再布問題「林阿姨訂了5箱，一共有多少片餅乾？用算式把做法記下來」。</p> <p>幫助學幫助學生用算式「$80 \times 5 = 400$」把做法記下來。</p> <p>步驟三：最後再回到原問題，用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。</p> <p>幫助學生用兩個算式「$10 \times 8 = 80$、$80 \times 5 = 400$」把做法記下來。</p>
--	---

題號	28		
內容領域	幾何	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-17：能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)		
試題內容	三點半、四點半、五點半，哪個時刻時針和分針的夾角最大？ ① 三點半 ② 四點半 ③ 五點半 ④ 一樣大		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.47	0.23	0.75
2	0.03	0.08	0.00
3	0.26	0.36	0.15
4	0.22	0.29	0.09
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.47	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.47，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 47%，顯示近五成的學生已經認識角，並能比較角的大小。</p> <p>(3)有 26%的學生選擇選項 3(低分組有 36%)，這些學生可能不理解角大小比較的是張開的程度，誤認為幾點的數字愈大，兩針的夾角就愈大；也可能無法畫出三點半、四點半、五點半的圖像來幫助解題。</p> <p>(4)有 22%的學生選擇選項 4(低分組有 29%)，這些學生可能不理解角大小比較的是張開的程度，誤認為整點半時兩針的夾角都一樣大；也可能無法畫出三點半、四點半、五點半的圖像來幫助解題。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-s-01：能認識周遭物體上的角、直線與平面(含簡單立體形體)。</p> <p>評量重點： 3-s-04：能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)</p> <p>延伸的知識： 4-n-16：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-s-04) 4-s-05：能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。</p>		
補救教學建議	(一)部份教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法很有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角		

大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。

(二)建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。

先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。

接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。

(三)建議教師透過撥鐘，或畫出三點半、四點半、五點半的圖像來幫助學生解題。

題號	29		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。		
試題內容	9 公分和 30 毫米接起來長多少公分？ ① 12 公分 ② 39 公分 ③ 930 公分 ④ 9030 公分		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.49	0.15	0.87
2	0.11	0.22	0.01
3	0.31	0.46	0.09
4	0.07	0.12	0.02
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.49	鑑別度	0.72
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.72，試題品質良好；通過率為 0.49，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 49%，顯示有五成的學生已經能將幾毫米聚成多少公分。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 22%)，這些學生可能不理解題意，直接將題目給定的兩個數字相加，這些學生沒有發現不同單位的兩量不能相加減。</p> <p>(4)有 31%的學生選擇選項 3(低分組有 46%)，這些學生可能誤認為 1 公分=100 毫米，算出答案是 930 毫米後，又沒有注意到選項的單位是公分。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-15：能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。</p> <p>評量重點： 3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。</p> <p>延伸的知識： 4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。</p>		

補救教學 建議	<p>(一)「公分、毫米」間是 10 倍的關係，可以進行雙向的整數倍化聚活動，例如「3 公分 = () 毫米」、「18 毫米 = () 公分 () 毫米」。</p> <p>也可以引入「公分、毫米」間複名數的加減計算(可以進退位)，但不必發展成嚴格的紀錄格式。</p>
------------	--

題號	30		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。		
試題內容	算算看，1 公斤－10 公克＝？ ① 0 公克 ② 9 公克 ③ 90 公克 ④ 990 公克		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.12	0.22	0.05
2	0.06	0.16	0.00
3	0.16	0.23	0.09
4*	0.63	0.34	0.86
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.63	鑑別度	0.51
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.51，試題品質良好；通過率為 0.63，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 4，通過率為 63%，顯示六成五的學生已經具備幾公斤減幾公克是多少公克的能力。 (3)有 12%的學生選擇選項 1(低分組有 22%)，這些學生可能誤認為 1 公斤＝10 公克。 (4)有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能誤認為 1 公斤＝100 公克。		
教材地位分析	先備的知識： 2-n-17：能認識重量。 評量重點： 3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。 延伸的知識： 3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。		
補救教學建議	(一)公斤和公克是 97 課綱標示的常用單位，教師應要求學生記憶 1 公斤＝1000 公克。 (二)進行相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等的複名數加減問題，直式算式只是把兩個相鄰的單位並置進行計算(如圖一)，所以「3 公斤 54 公克」不宜在直式紀錄中補上「0」。如在直式紀錄中補上「0」，改記成「3 公斤 054 公克」(如圖二)會將		

「3 公斤 54 克 + 5 公斤 283 克」複名數加減問題轉換成「3054 克 + 5283 克」(如圖三)的一階單位計算問題。如下所示：

<table style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">公斤</td> <td style="padding: 0 10px;">公克</td> <td style="padding: 0 10px;">公斤</td> <td style="padding: 0 10px;">公克</td> <td style="padding: 0 10px;">公克</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">54</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">054</td> <td style="text-align: center;">3054</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">283</td> <td></td> <td style="text-align: center;">283</td> <td style="text-align: center;">5283</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;"></td> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black;"></td> <td style="border-top: 1px solid black;"></td> </tr> </table>	公斤	公克	公斤	公克	公克	3	54	3	054	3054	+	5	+	5	+		283		283	5283						圖一	圖二	圖三
公斤	公克	公斤	公克	公克																								
3	54	3	054	3054																								
+	5	+	5	+																								
	283		283	5283																								

當我們在報讀 3 公斤 54 克時，並不會讀成「3 公斤 054 克」(三公斤零五十四公克)，所以不宜在直式紀錄中補上「0」。

題號	31		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。		
試題內容	<p>視聽教室一排有 9 個座位，102 位學生坐進視聽教室後還有 6 個座位是空的，請問視聽教室中有幾排座位？</p> <p>① 9 排 ② 11 排 ③ 12 排 ④ 15 排</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.10	0.18	0.03
2	0.31	0.32	0.20
3*	0.42	0.22	0.70
4	0.14	0.24	0.05
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.42	鑑別度	0.48
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.48，試題品質良好；通過率為 0.42，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已具備解決先減後除兩步驟問題的能力。</p> <p>(3)有 31%的學生選擇選項 2(低分組有 32%)，這些學生可能不理解題意，也沒有解決兩步驟問題的能力，算出第一個步驟後就停止解題($102 \div 9 = 11 \cdots 3$)，得到 11 排的答案。</p> <p>(4)有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能不理解題意，也沒有解決兩步驟問題的能力，直接將題目中兩個較小的數字相加為答案。</p> <p>(5)107 年先減後除兩步驟問題的通過率為 65%，本題通過率為 42%，兩者通過率相差 23%，可能的原因如下：</p> <p>①本題的敘述和運算的次序不一致，107 年試題的敘述和運算的次序較為一致，學生較無法解決敘述和運算的次序不一致的問題。</p> <p>②學生可能較熟悉 107 年試題的情境，較不熟悉本試題的情境。</p> <p>◎107 年試題： 一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？ ① 200 天 ② 60 天 ③ 40 天 ④ 20 天</p>		

教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-10：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與乘，不含併式）。</p> <p>評量重點： 3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。</p> <p>延伸的知識： 4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p>
補救教學建議	<p>(一)以先減後除的兩步驟問題「一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？」為例，學生可以用兩個算式「$600 - 400 = 200$，$200 \div 10 = 20$，答：再存 20 天」記錄解題活動；也可以用三個算式「$600 \div 10 = 60$，$400 \div 10 = 40$，$60 - 40 = 20$，答：再存 20 天」記錄解題活動。 教師應先接受三步驟的算法，再幫助學生改用兩步驟的方法來解題。</p> <p>(二)以先減後除的兩步驟問題「一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。</p> <p>(1)先布問題「一件外套 600 元，晶晶已經存了 400 元，她還要再存多少元？用算式把做法記下來」。 幫助學生用算式「$600 - 400 = 200$」把做法記下來。</p> <p>(2)再布問題「晶晶固定每天存 10 元，她還要再存 200 元才夠，還需要再存幾天？用算式把做法記下來」。 幫助學生用算式「$200 \div 10 = 20$」記錄解題活動。</p> <p>(3)最後再布原問題「一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。」 幫助學生用兩個算式「$15 + 25 = 40$、$40 \div 5 = 8$」把做法記下來。</p>

題號	32		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。		
試題內容	<p>一條緞帶長 20 公分。甲剪了 $\frac{1}{2}$ 條，乙剪了 $\frac{1}{4}$ 條，丙剪了 $\frac{1}{5}$ 條，誰剪的緞帶最長？</p> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣長</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.49	0.19	0.86
2	0.04	0.10	0.00
3	0.25	0.43	0.05
4	0.20	0.24	0.09
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.49	鑑別度	0.66
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.66，試題品質良好；通過率為 0.49，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 49%，顯示超過五成的學生已能在測量情境中比較三個單位分數的大小。</p> <p>(3)有 25%的學生選擇選項 3(低分組有 43%)，這些學生可能無法掌握單位分數的意義，認為分子都是 1 時，分母愈大，分數所表示的量愈大。</p> <p>(4)有 20%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能無法掌握單位分數的意義，認為分子都是 1 時，分數所表示的量都一樣大。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>評量重點： 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>延伸的知識： 4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)進行單位分數比大小時，宜從量的情境到數的情境。教師在描述時，要用不同單位。以比較 $\frac{1}{4}$ 個和 $\frac{1}{3}$ 個披薩大小的情境為</p>		

例，建議教師依下列步驟幫助學生解題。

步驟一：拿出 2 個一模一樣的披薩，教師將其中 1 個平分成 3 片，另一個平分成 4 塊。

步驟二：透過直接比較，先幫助學生認識 1 片披薩比 1 塊披薩大，再說明平分的份數比較少時，分出來的披薩比較大。

步驟三：1 片披薩比 1 塊披薩大，也就是 $\frac{1}{3}$ 個披薩比 $\frac{1}{4}$ 個披薩大。

步驟四： $\frac{1}{3}$ 個披薩比 $\frac{1}{4}$ 個披薩大，也可以說 $\frac{1}{3}$ 比 $\frac{1}{4}$ 大。

(二)單位分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的

「1 份」蛋糕為「 $\frac{1}{4}$ 塊」蛋糕。教師引入單位分數概念時，

不宜強調「1 份」是「1 塊的 $\frac{1}{4}$ 」，因為常見的分數問題是

「 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕和 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕合起來是幾塊蛋糕？」，而不是「1

塊蛋糕的 $\frac{1}{4}$ 和 1 塊蛋糕的 $\frac{1}{4}$ 合起來是 1 塊蛋糕的幾分之幾？」

題號	33		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。		
試題內容	爸爸的體重大約是多少公斤？ ① 7 公斤 ② 70 公斤 ③ 700 公斤 ④ 7000 公斤		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.23	0.02
2*	0.79	0.54	0.96
3	0.07	0.15	0.01
4	0.01	0.03	0.00
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.79	鑑別度	0.42
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.42，試題品質佳；通過率為 0.79，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 2，通過率為 79%，顯示超過八成的學生已認識重量單位「公斤」，並作相關的實測、估測與計算。 (3)有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，這些學生可能不認識重量單位「公斤」，無法作相關的實測、估測與計算。 (4)學生選擇合適單位的通過率都不高，本題的通過率超過九成，可能的原因是身高幾公分與體重幾公斤是學生日常生活中經常接觸到的問題，學生可能因為熟悉情境而答對，不是因為有公分的量感或實測經驗而答對。		
教材地位分析	先備的知識： 2-n-17：能認識重量。 評量重點： 3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。 延伸的知識： 3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。		

(一)對國小學生而言，數字是用來描述離散量的個數，例如 5 條繩子，7 顆蘋果等。當學生面對 1 條繩子長 30 公分，或 1 個蘋果重 38 公克的情境時，他可能無法理解，為什麼 1 條繩子會冒出「30」這個數字，1 個蘋果會冒出「38」這個數字。下面說明為什麼可以使用數字來描述，以及將這些量數字化對我們有哪些幫助？

有一條要被測量長度的甲繩，當我們選定「1 公分」當做長度的單位量，就可以利用單位量累積的次數來描述甲繩的長度，例如 30 個「1 公分」接起來和甲繩一樣長，就稱甲繩的長度是 30 公分。我們也可以將單位量等分割，稱等分割後的量為單位分量，再利用單位分量累積的次數來描述繩子的長度，例如將單位量「1 公尺」平分成 10 份，得到單位分量 $\frac{1}{10}$ 公尺，3 個 $\frac{1}{10}$

公尺接起來和甲繩一樣長，就稱甲繩的長度是 $\frac{3}{10}$ 公尺。

透過單位量將要測量的量數值化有兩個好處，以長度量為例，第一個好處是能描述被測量的繩子有多長，第二個好處是透過數字的大小，可以比較所有被測量繩子的長短。

(二)量感

長度、面積、容量、體積、角度、重量這六種感官量中，估測哪些量比較準？為什麼這些量比較容易估測？跳繩、走廊、萬里長城及細菌的長度中，估測哪些量比較準？為什麼很長或很短的情境都不容易估測？能進行有效率的估測，要有哪些先備能力？

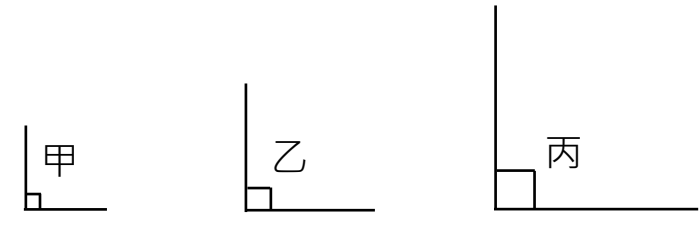
測量是將單位量數值化的結果，因此掌握的單位量感愈多，愈容易描述測量的結果，當我們能夠掌握 1 公分的量感，就能透過 1 公分累積的次數，描述鉛筆大約長多少公分。透過 1 公分的累積次數描述走廊有多長很困難，因為累積的次數太多，如果我們能夠掌握 1 公尺的量感，就能透過 1 公尺累積的次數，描述走廊大約長幾公尺。

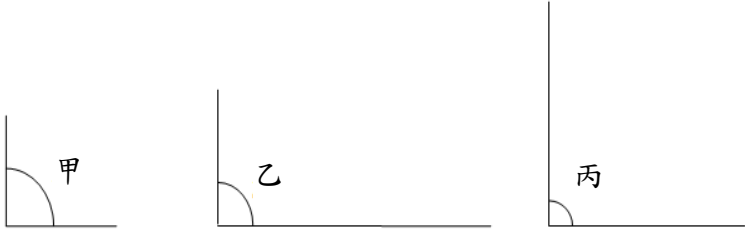
當學生知道拇指和食指間的寬度是 7 公分 (1 掬)，就能以 1 掬為單位量，測量黑板的長度，例如 40 個 1 掬接起來和黑板一樣長，黑板的長度就是 40 個 1 掬，也就是 $40 \times 7 = 280$ 公分。用 1 掬為單位量測量教室的周長太麻煩，當學生也知道伸直雙手的

長度是 1.5 公尺，就能以伸直雙手的長度為單位量，測量教室的周長，例如 30 個伸直雙手的長度接起來和教室的周長一樣長，教室的周長就是 $1.5 \times 30 = 45$ 公尺。

由以上的描述可以知道，必須有單位量的概念，才能透過單位量的累積次數概略描述被測量的量是多少個單位量，多數成人估測長度及角度不會太離譜，估測重量比較困難。因為成人掌握較多長度的單位量，可以透過單位量累積的次數描述被測量的量和單位量的倍數關係，來描述繩子有多長；成人也能掌握直角是 90 度，可以透過和 90 度的比較，或將 90 度先分割再合成的方式，概略描述一個角是多少度。

多數成人無法掌握 1 公克或 1 公斤的量，因此無法較正確的描述物體的重量；多數成人也沒有適合描述很長或很短長度的單位量感，所以無法正確估測萬里長城或細菌的長度。

題號	34		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-17：能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)		
試題內容	<p>比一比，哪個直角最大？</p>  <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣大</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.03	0.07	0.00
2	0.02	0.06	0.00
3	0.27	0.45	0.07
4*	0.66	0.38	0.92
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.66	鑑別度	0.54
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.54，試題品質良好；通過率為 0.66，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 66%，顯示近七成的學生已經認識角，並能比較角的大小。</p> <p>(3)有 27%的學生選擇選項 3(低分組有 45%)，這些學生可能不理解角大小比較的是張開的程度，誤認為直角記號比較大的角比較大。</p> <p>(4)107 年試題和本題相似，107 年試題通過率為 49%，本題通過率為 66%，兩者通過率相差 17%，可能的原因如下：</p> <p>①學生認為學生解估算計算題的能力，比解估算文字題的能力強。</p> <p>②學生解數字都超過整百加減估算問題的能力，比解數字都小於整百加減估算問題的能力強。</p>		

	<p>◎107 年試題：</p> <p>比一比，哪個角最大？</p>  <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣大</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識：</p> <p>2-s-01：能認識周遭物體上的角、直線與平面（含簡單立體形體）。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-s-04：能認識角，並比較角的大小。（同 3-n-17）</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-16：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。（同 4-s-04）</p> <p>4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>（一）部份教師習慣透過一把扇子的開與合來跟學生溝通張開角張開程度的意義，認為這種教法很有效率，因為教完之後，學生很快就能解決張開角角度大小的比較問題。當學生說甲角比乙角大，可能是透過甲角的面積比乙角大，或甲角的弧比乙角的弧長的現象，陰錯陽差的認為甲角張開的程度比乙角大。</p> <p>（二）建議教師透過下面的操作，幫助學生理解角的大小指的是張開程度的大小。</p> <p>先拿出兩把扇子，其中一把扇子的邊比較長，稱為甲扇，另一把扇子的邊比較短，稱為乙扇，先張開甲扇，問學生扇子張開了多大，學生可能描述扇子的面積、弧長等與張開程度無關的</p>

	<p>答案；此時可將乙扇張開到和甲扇一樣大，再問學生這兩把扇子張開的程度是否一樣，此時兩把扇子的面積、邊長及弧長都不相同，只有張開的程度相同，強迫學生排除邊的長短、扇形面積的大小、弧的長短等因素，將注意力放在張開程度上。</p> <p>接下來，再將乙扇張開一些，問哪一把扇子張開的程度比較大，此時甲扇的邊長、弧長都比乙扇長，甲扇的面積也比乙扇大，只有張開的程度比較小，可以檢查學生是否掌握張開程度的意義。</p>
--	--

花蓮縣四年級學生數學成就試題表現現況分析

資料來源：

花蓮縣國民中小學教育長期資料庫

107 學年度四年級數學領域學生基本能力檢核試卷

分析者：

國立臺南大學 謝堅老師

題號	1		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。		
試題內容	已知 $40 \times 30 = 1200$ ，請問 $40 \times 32 = ?$ ① 1232 ② 1260 ③ 1264 ④ 1280		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.06	0.01
2	0.01	0.03	0.00
3	0.01	0.02	0.00
4*	0.96	0.90	0.99
未作答	0.00	0.00	0.00
通過率	0.96	鑑別度	0.09
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.09，試題品質不良；通過率為 0.96，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 96%，顯示超過九成五的學生已掌握乘法表相鄰幾項乘數和積間的關係；或已熟練兩位數乘以兩位數的直式計算。</p> <p>(3)本題是三、四年級共同試題，三年級的通過率為 61%（高分組 89%、低分組 33%），四年級的通過率為 96%（高分組 99%、低分組 90%），四年級的通過率比三年級高了 35%。可能的原因如下：</p> <p>①三年級尚未引入兩位數乘以兩位數的直式計算，學生無法直接算出 40×32 的乘積，而四年級學生已熟練兩位數乘以兩位數的直式計算，可以直接算出 40×32 的乘積。</p> <p>②三年級的學生尚未掌握乘法表相鄰幾項乘數和積之間的關係，而四年級的學生可能已掌握乘法表相鄰幾項乘數和積之間的關係。</p> <p>③四年級高分組學生的通過率比三年級高分組學生高了 11%，四年級低分組學生的通過率比三年級低分組學生高了 59%，四年級通過率變高可能的原因是四年級學生已熟練兩位數乘以兩位數的直式計算，而不是四年級的學生已掌握乘法表相鄰幾項乘數和積之間的關係，可以利用 $1200 + 40 + 40 = 1280$ 的策略來解題。</p> <p>④建議教師幫助學生察覺乘法表相鄰幾項乘數和積之間的關係。</p>		
教材地位	先備的知識：		

分析	<p>2-n-08：能理解九九乘法。</p> <p>評量重點：</p> <p>3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p>
補救教學建議	<p>(一)下面提供一種幫助學生熟記九九乘法的教學策略，學生使用這種策略前必須具備兩個先備知識，第一個是理解乘法算式的意義；第二個是已經熟練加法計算。</p> <p>以乘法問題「一枝鉛筆賣 3 元，9 枝鉛筆賣多少元？」為例，學生可以透過「$3+3+3+3+3+3+3+3+3+3=27$」算出 9 枝鉛筆賣 27 元的答案，並用乘法算式「$3\times 9=27$」記錄解題過程，但是只記憶單獨的乘法算式對熟記九九乘法並沒有幫助，必須透過經常寫出部份九九乘法的算式，才能夠幫助學生熟記九九乘法。</p> <p>學生不會背九九乘法，只能用加法來解決問題，教師可以先使用下面【圖一】左邊的加法算式，把解題的過程記錄下來，接著在教師的幫助下，透過 $3+3=6$，2 個 3 合起來是 6，可以記成 $3\times 2=6$；$6+3=9$，2 個 3 再加 1 個 3 合起來是 3 個 3，3 個 3 合起來是 9，可以記成 $3\times 3=9$；$9+3=12$，3 個 3 再加 1 個 3 合起來是 4 個 3，4 個 3 合起來是 12，可以記成 $3\times 4=12\cdots\cdots$；$24+3=27$，8 個 3 再加 1 個 3 合起來是 9 個 3，可以記成 $3\times 9=27$，幫助學生把左邊的加法算式改記成右邊的乘法算式，並要求學生以後解決乘法問題時，都改用右邊的算式來記錄。請注意，右邊的乘法算式是替代左邊的加法算式，幫助學生透過經常記錄，熟記九九乘法，學生雖然使用右邊的乘法算式來記錄，但是學生還是透過加法解決問題。</p>

$3+3=6$	$3\times 2=6$
$6+3=9$	$3\times 3=9$
$9+3=12$	$3\times 4=12$
$12+3=15$	$3\times 5=15$
$15+3=18$	$3\times 6=18$
$18+3=21$	$3\times 7=21$
$21+3=24$	$3\times 8=24$
$24+3=27$	$3\times 9=27$

【圖一】

當學生熟記「 $3\times 7=21$ 」時，學生不必再記錄「 $3\times 2=6$ ， $3\times 3=9$ ， $3\times 4=12$ ， $3\times 5=15$ ， $3\times 6=18$ 」這些算式，只要直接記錄「 $3\times 7=21$ 」即可，但是學生可能還無法熟記「 3×8 」和「 3×9 」的答案是多少，因此學生可以將上面【圖一】右邊的乘法算式，省略的記成下面【圖二】左邊的乘法算式，其中算式「 $3\times 7=21$ 」是學生記憶的結果，「 3×8 」和「 3×9 」是透過加法解決問題。

當學生熟記「 $3\times 9=27$ 」時，代表學生可以使用乘法算式「 $3\times 9=27$ 」替代加法解決問題，因此學童可以將下面【圖二】左邊的乘法算式，省略的記成下面【圖二】右邊的乘法算式。

$3\times 7=21$	$3\times 9=27$
$3\times 8=24$	
$3\times 9=27$	

【圖二】

(二)教師可以透過加法算式，先幫助學生認識 40×3 比 40×2 多 1 個 40， 40×4 比 40×2 多 2 個 40；再幫助學生認識 40×7 比 40×6 多 1 個 40， 40×7 比 40×5 多 2 個 40 後，再要求學生解題。

題號	2		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。		
試題內容	<p>視聽教室一排有 9 個座位，102 位學生坐進視聽教室後還有 6 個座位是空的，請問視聽教室中有幾排座位？</p> <p>① 9 排 ② 11 排 ③ 12 排 ④ 15 排</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.10	0.01
2	0.21	0.33	0.08
3*	0.66	0.36	0.91
4	0.08	0.18	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.66	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.55，試題品質良好；通過率為 0.66，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 66%，顯示六成五的學生已具備解決先減後除兩步驟問題的能力。</p> <p>(3)本題是三、四年級共同試題，三年級的通過率為 42%(高分組 70%、低分組 22%)，四年級的通過率為 66%(高分組 91%、低分組 36%)，四年級的通過率比三年級高了 24%。可能的原因如下：</p> <p>①四年級學生有較多兩步驟問題解題的經驗。</p> <p>②四年級高分組學生的通過率比三年級高分組學生高了 21%，四年級低分組學生的通過率比三年級低分組學生高了 14%，可能的原因是高分組學生掌握題意的能力比低分組進步的幅度更大。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-10：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與乘，不含併式）。</p> <p>評量重點：</p>		

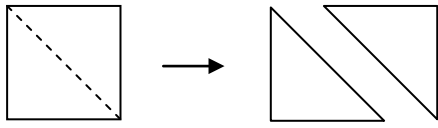
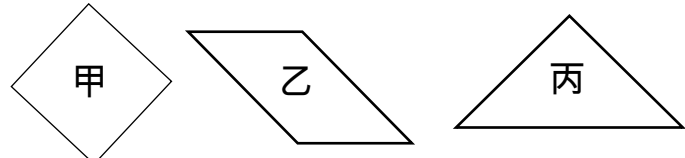
	<p>3-n-07：能在具體情境中，解決兩步驟問題（加、減與除，不含併式）。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)以先減後除的兩步驟問題「一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？」為例，學生可以用兩個算式「$600 - 400 = 200$，$200 \div 10 = 20$，答：再存 20 天」記錄解題活動；也可以用三個算式「$600 \div 10 = 60$，$400 \div 10 = 40$，$60 - 40 = 20$，答：再存 20 天」記錄解題活動。</p> <p>教師應先接受三步驟的算法，再幫助學生改用兩步驟的方法來解題。</p> <p>(二)以先減後除的兩步驟問題「一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？」為例，教師可透過分段布題的方式幫助學生用兩個算式記錄解題活動。</p> <p>(1)先布問題「一件外套 600 元，晶晶已經存了 400 元，她還要再存多少元？用算式把做法記下來」。</p> <p>幫助學生用算式「$600 - 400 = 200$」把做法記下來。</p> <p>(2)再布問題「晶晶固定每天存 10 元，她還要再存 200 元才夠，還需要再存幾天？用算式把做法記下來」。</p> <p>幫助學生用算式「$200 \div 10 = 20$」記錄解題活動。</p> <p>(3)最後再布原問題「一件外套 600 元，晶晶固定每天存 10 元，她已經存了 400 元，她需要再存幾天才夠買那件外套？用兩個算式把先算什麼，再算什麼的算法記下來。」</p> <p>幫助學生用兩個算式「$15 + 25 = 40$、$40 \div 5 = 8$」把做法記下來。</p>

題號	3		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。		
試題內容	<p>一條緞帶長 20 公分。甲剪了 $\frac{1}{2}$ 條，乙剪了 $\frac{1}{4}$ 條，丙剪了 $\frac{1}{5}$ 條，誰剪的緞帶最長？</p> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣長</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.65	0.28	0.94
2	0.03	0.06	0.01
3	0.19	0.41	0.02
4	0.13	0.23	0.03
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.65	鑑別度	0.67
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.67，試題品質良好；通過率為 0.65，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 66.65% 顯示近七成的學生已能在測量情境中比較三個單位分數的大小。</p> <p>(3)本題是三、四年級共同試題，三年級的通過率為 49%(高分組 86%、低分組 19%)，四年級的通過率為 65%(高分組 94%、低分組 28%)，四年級的通過率比三年級高了 16%。可能的原因如下：</p> <p>①四年級學生有較多學習分數的經驗。</p> <p>②四年級引入等值分數及簡單異分母分數比較，這些問題的解題過程都與通分有關，部份學生可能利用通分的想法來解決問題。</p> <p>③四年級高分組學生的通過率比三年級高分組學生高了 8%，四年級低分組學生的通過率比三年級低分組學生高了 9%，而整體學生的通過率高了 16%，顯示中間程度學生的進步率比高分組及低分組學生都高。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-07：能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。</p> <p>評量重點： 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>延伸的知識：</p>		

	<p>4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)進行單位分數比大小時，宜從量的情境到數的情境。教師在描述時，要用不同單位。以比較 $\frac{1}{4}$ 個和 $\frac{1}{3}$ 個披薩大小的情境為例，建議教師依下列步驟幫助學生解題。</p> <p>步驟一：拿出 2 個一模一樣的披薩，教師將其中 1 個平分成 3 片，另一個平分成 4 塊。</p> <p>步驟二：透過直接比較，先幫助學生認識 1 片披薩比 1 塊披薩大，再說明平分的份數比較少時，分出來的披薩比較大。</p> <p>步驟三：1 片披薩比 1 塊披薩大，也就是 $\frac{1}{3}$ 個披薩比 $\frac{1}{4}$ 個披薩大。</p> <p>步驟四：$\frac{1}{3}$ 個披薩比 $\frac{1}{4}$ 個披薩大，也可以說 $\frac{1}{3}$ 比 $\frac{1}{4}$ 大。</p> <p>(二)單位分數的命名是一個重新命名的活動，將 1 塊蛋糕平分切成 4 份，其中的「1 份」是學生熟悉的名字，但是 1 份無法溝通 1 塊和 1 份蛋糕間部份與全體的分割關係，因此改命分出來的「1 份」蛋糕為「$\frac{1}{4}$ 塊」蛋糕。教師引入單位分數概念時，不宜強調「1 份」是「1 塊的 $\frac{1}{4}$」，因為常見的分數問題是「$\frac{1}{4}$ 塊蛋糕和 $\frac{1}{4}$ 塊蛋糕合起來是幾塊蛋糕？」，而不是「1 塊蛋糕的 $\frac{1}{4}$ 和 1 塊蛋糕的 $\frac{1}{4}$ 合起來是 1 塊蛋糕的幾分之幾？」</p>

題號	4		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。		
試題內容	9公分和30毫米接起來長多少公分？ ① 12公分 ② 39公分 ③ 930公分 ④ 9030公分		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.55	0.19	0.90
2	0.09	0.21	0.02
3	0.23	0.37	0.06
4	0.11	0.21	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.55	鑑別度	0.71
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.71，試題品質良好；通過率為0.55，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項1，通過率為55%，顯示近六成的學生已經能將幾毫米聚成多少公分。</p> <p>(3)本題是三、四年級共同試題，三年級的通過率為49%(高分組87%、低分組15%)，四年級的通過率為55%(高分組90%、低分組19%)，四年級的通過率比三年級高了6%。可能的原因如下：</p> <p>①四年級學生可能有較多以毫米為單位的解題或實測的經驗。</p> <p>②四年級高分組學生的通過率比三年級高分組學生高了3%，四年級低分組學生的通過率比三年級低分組學生高了4%，而整體學生的通過率高了6%，顯示中間程度學生的進步率比高分組及低分組學生都高，但整體的進步率都不高。</p> <p>③建議教師多提供學生同時以公分及毫米為單位的實測經驗，幫助學生掌握公分及毫米單位間的關係。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-n-15：能認識長度單位「公分」、「公尺」及其關係，並能作相關的實測、估測與同單位的計算。</p> <p>評量重點： 3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。</p> <p>延伸的知識：</p>		

	4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。
補救教學建議	<p>(一)「公分、毫米」間是 10 倍的關係，可以進行雙向的整數倍化聚活動，例如「3 公分=()毫米」、「18 毫米=()公分()毫米」。</p> <p>也可以引入「公分、毫米」間複名數的加減計算(可以進退位)，但不必發展成嚴格的紀錄格式。</p>

題號	5		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	3-s-06：能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。		
試題內容	<p>真真把3張一樣大的正方形色紙，都對摺成三角形後剪開，剪開後共有6個三角形。</p>  <p>接著，真真先用2個三角形拼出甲圖形，再用2個三角形拼出乙圖形，最後用2個三角形拼出丙圖形。</p>  <p>請問哪一個圖形的面積最大？</p> <p>① 一樣大 ② 甲 ③ 乙 ④ 丙</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.79	0.51	0.98
2	0.08	0.18	0.01
3	0.07	0.15	0.01
4	0.06	0.13	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.79	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.79，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 79%，顯示超過八成的學生已掌握面積的保留概念。</p> <p>(3)本題是三、四年級共同試題，三年級的通過率為 77%(高分組 97%、低分組 51%)，四年級的通過率為 79%(高分組 98%、低分組 51%)，四年級的通過率比三年級高了 2%。可能的原因如下：</p> <p>①多數高分組學生在三年級已形成面積的保留概念，只有一半多一點的低分組學生在三年級已形成面積的保留概念。三年級未形成保留概念的學生，四年級的進步率都不高。</p>		

	<p>②建議教師進行「將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形」的教學時，提供將圖形疊合的活動，幫助學生察覺面積不會改變，幫助學生形成面積的保留概念。</p>
教材地位分析	<p>先備的知識： 1-s-04：能依給定圖示，將簡單形體作平面鋪設與立體堆疊。</p> <p>評量重點： 3-s-06：能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。</p> <p>延伸的知識： 4-s-03：能認識平面圖形全等的意義。</p>
補救教學建議	<p>(一)面積的保留概念</p> <p>面積保留概念指的是同一個圖形的面積，不論誰來量的結果都一樣，而且圖形的面積度不會受到時間、空間與本身重組等影響而改變，學童必須歸納多次經驗後才能得到的信念。下面提出四種面積保留概念的特徵，前面兩種特徵比較早形成，後面兩種特徵比較晚形成，教師可以透過這些特徵，檢查學童是否具有面積的保留概念。</p> <p>第一種：圖形的面積不會受到位置的影響而改變 將一個長方形橫放、直放、斜放、移來移去，這個長方形的面積都不會改變。</p> <p>第二種：圖形的面積不會受到時間的影響而改變 昨天、今天、明天、後天、大後天、…，同一個圖形的面積都不會改變。</p> <p>第三種：圖形的面積不會受到形狀的影響而改變 同一個圖形，不論彎曲成任意的形狀，圖形的面積都不會改變。</p> <p>第四種：圖形的面積不會受到本身分割或重組的影響而改變 將一個圖形分割成幾部份，這幾幾部份的圖形合起來，它們的面積都不會改變。</p>

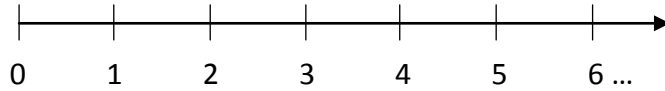
和 A 點的距離是 5，就知道 B 點的坐標是 5。

(二)可以透過平分單位長度 1 的想法，類比建立整數數線的方式，先建立 0 到 1 間真分數的數線，再建立假分數和帶分數的數線。

下面說明如何幫助學生建立 0 和 1 間 $\frac{1}{4}$ 的分數數線：

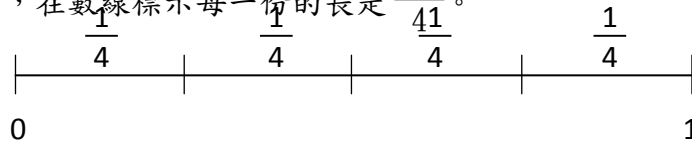
(1)先復習整數數線，幫助學生畫出整數數線 0、1、2、...。

並說明 1 指的是 0 和 1 的距離是 1，2 指的是 0 和 2 的距離是 2，...。



(2)0 和 1 兩點間的距離是 1，將 1 平分成 4 份，其中的 1 份長 $\frac{1}{4}$

，在數線標示每一份的長是 $\frac{1}{4}$ 。

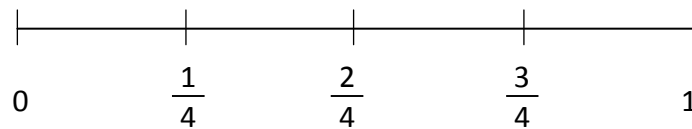


(3)再透過和 0 的距離是多少的想法，標示出數線上的分數。

數線上的 $\frac{1}{4}$ 指的是 $\frac{1}{4}$ 和 0 的距離是 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{2}{4}$ 指的是 $\frac{2}{4}$

和 0 的距離是 2 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{4}$ 指的是 $\frac{3}{4}$ 和 0 的

距離是 3 個 $\frac{1}{4}$ ，也就是 $\frac{3}{4}$ 。



題號	7		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。		
試題內容	<p>下面是正確的直式計算過程，不小心滴到墨水，請問被■和●所遮住的數字分別是多少？</p> $ \begin{array}{r} 5 \bullet 7 \\ 9 \overline{) 4 \blacksquare 3 3} \\ \underline{4 5} \\ 3 3 \\ \underline{2 7} \\ 6 3 \\ \underline{6 3} \\ 0 \end{array} $ <p>① 8 和 9 ② 8 和 3 ③ 5 和 9 ④ 5 和 7</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.03	0.07	0.00
2*	0.86	0.66	0.98
3	0.05	0.11	0.00
4	0.06	0.14	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.86	鑑別度	0.32
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.32，試題品質尚可；通過率為 0.86，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 86%，顯示近九成的學生已熟練四位除以一位的除法直式計算。</p> <p>(3)有 6%的學生選擇選項 4(低分組有 14%)，這些學生可能不理解題意；也可能不具備四位除以一位的除法直式計算的能力。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-06：能熟練三位數除以一位數的直式計算。</p> <p>評量重點： 4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。</p> <p>延伸的知識： 5-n-01：能熟練整數乘、除的直式計算。</p>		
補救教學	(一)以「將 5974 元平分給 72 人，每人最多可以分到幾元，剩下多		

建議	<p>少元？」為例，說明整數除法直式算則解題的意義。</p> <p>(1)有兩種解讀 5974 元的方法：</p> <p>第一種是將 5974 分解成 $5000 + 900 + 70 + 4$</p> <p>第二種是將 5974 分解成 5 個「千」、9 個「百」、7 個「十」和 4 個「一」。</p> <p>第二種方法將 5974 解讀成四個單位的合成，概念上比較困難，但是會讓計算的數字變小，數學上透過第二種分解方法引入直式除法。</p> <p>(2)將 5974 元分解成 5 張千元鈔票、9 張百元鈔票、7 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣。</p> <p>5 張千元鈔票平分給 72 個人不夠分，都換成百元鈔票，5 張千元鈔票可以換 50 張百元鈔票，加上原有的 9 張百元鈔票，合起來有 59 張百元鈔票，59 張百元鈔票平分給 72 個人不夠分，再換成十元硬幣，59 張百元鈔票可以換成 590 枚十元硬幣，加上原有的 7 枚十元硬幣，合起來有 597 枚十元硬幣。</p> <p>597 枚十元硬幣平分給 72 人，每人分到 8 枚十元硬幣，還剩下 21 枚十元硬幣，21 枚十元硬幣不夠分，再換成一元硬幣。</p> <p>21 枚十元硬幣可以換成 210 個一元硬幣，加上原有的 4 個一元硬幣，合起來有 214 個一元硬幣，214 個一元硬幣平分給 72 個人，每個人分得 2 個一元硬幣，剩下 70 個一元硬幣。</p> <p>合起來每個人分到 8 枚十元硬幣和 2 個一元硬幣，還剩下 70 個一元硬幣，也就是每人分到 82 元，剩下 70 元。</p> <p>(3)用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。</p> <p style="padding-left: 40px;">$82 \Rightarrow 8$ 個ⓐ和 2 個ⓑ，合起來是 82</p> <p>$72 \overline{) 5974} \Rightarrow 5974$ 分解成 5 個千、9 個百、7 個ⓐ和 4 個ⓑ</p> <p style="padding-left: 20px;">$\underline{-576} \Rightarrow$ 每人分到 8 個ⓐ，分掉了 576 個ⓐ，剩下 21 個ⓐ</p> <p style="padding-left: 40px;">$214 \Rightarrow 21$ 個ⓐ換成 210 個ⓑ，加上 4 個ⓑ，共 214 個ⓑ</p> <p style="padding-left: 20px;">$\underline{-144} \Rightarrow$ 每人分到 2 個ⓑ，分掉了 144 個ⓑ，剩下 70 個ⓑ</p> <p style="padding-left: 40px;">$70 \Rightarrow$ 剩下 70 個ⓑ</p>
----	--

題號	8		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-12：能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	一包牛小排重 2.08 公斤，小宏買了 3 包，共重多少公斤？ ① 5.08 ② 6.24 ③ 6.08 ④ 6.024		
選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.01	0.05	0.00
2*	0.94	0.83	0.99
3	0.01	0.04	0.00
4	0.02	0.06	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.94	鑑別度	0.16
試題品質 分析	(1)本題鑑別度為 0.16，試題品質不良；通過率為 0.94，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 2，通過率為 94%，顯示超過九成五的學生已經具備二位小數乘以一位整數直式計算的能力。 (3)有 2%的學生選擇選項 4(低分組有 6%)，這些學生可能不具備二位小數乘以一位整數直式計算的能力，在進位時計算發生錯誤。		
教材地位 分析	先備的知識： 3-n-12：能認識一位小數，並作比較與加減計算。 評量重點： 4-n-12：能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。 延伸的知識： 5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。		
補救教學 建議	(一)以「 3.05×9 」為例，建議教師先說明「 $305 \times 9 = 2745$ 」直式乘法算則解題的意義，再透過逐步比對每一個運算過程的方式，幫助學生以三位整數乘以一位整數直式算則的解題活動為基礎，解決兩位小數(整數部份是一位數字)乘以一位整數		

「 3.05×9 」的問題。

(1) 百 十 個

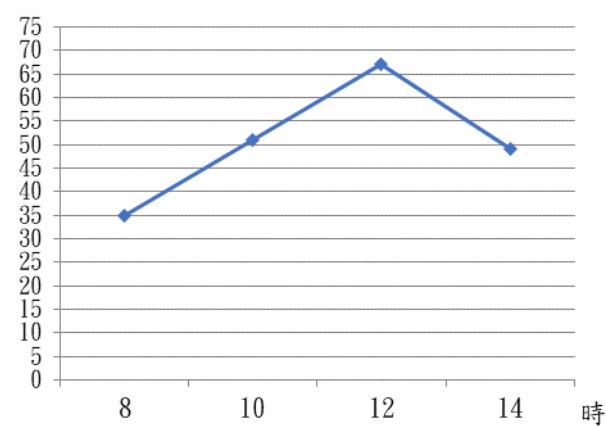
位 位 位		
3 0 5	\Rightarrow	3 個「百」0 個「十」5 個「一」
x	9	
4 5	\Rightarrow	45 個「一」，換成 4 個「十」5 個「一」
0	\Rightarrow	0 個「十」的 9 倍是 0 個「十」
+2 7	\Rightarrow	3 個「百」的 9 倍是 27 個「百」，換成 2 個「千」7 個「百」
2 7 4 5	\Rightarrow	合起來是 2 個「千」、7 個「百」、4 個「十」 和 5 個「一」，也就是 2745。

(2)

個 十 百		
分 分		
位 位 位		
3 . 0 5	\Rightarrow	3 個「1」0 個「0.1」5 個「0.01」
x	9	
4 5	\Rightarrow	45 個「0.01」，換成 4 個「0.1」5 個「0.01」
0	\Rightarrow	0 個「0.1」的 9 倍是 0 個「0.1」
+2 7	\Rightarrow	3 個「1」的 9 倍是 27 個「1」，換成 2 個「十」 7 個「1」
2 7 . 4 5	\Rightarrow	合起來是 2 個「十」、7 個「1」、4 個「0.1」 和 5 個「0.01」，也就是 27.45。

題號	9		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。		
試題內容	算算看， $528 \times 67 = ?$ ① 6864 ② 34276 ③ 35376 ④ 3363936		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.02	0.06	0.00
2	0.06	0.12	0.02
3*	0.89	0.75	0.98
4	0.02	0.05	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.89	鑑別度	0.22
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.22，試題品質尚可；通過率為 0.89，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 89%，顯示九成的學生已經熟練三位乘以二位的乘法直式計算。 (3)有 2%的學生選擇選項 4(低分組有 5%)，這些學生可能在進位時計算發生錯誤。		
教材地位分析	先備的知識： 3-n-04：能熟練三位數乘以一位數的直式計算。 評量重點： 4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。 延伸的知識： 5-n-01：能熟練整數乘、除的直式計算。		
補救教學建議	(一)建議教師先幫助學生解決兩位數乘以兩位數的乘法問題，再幫助學生解決兩位數乘以三位數的乘法問題。 下面以「 47×256 」為例，說明如何引入乘法直式算則。 (1)可以把 47×256 改記成 $47 \times (200 + 50 + 6) = 47 \times 200 + 47 \times 50 + 47 \times 6$ ，當學生有兩位數乘以一位數直式算則解題的經驗，能利用 4 個十 7 個一的 6 倍解決「 47×6 」的問題，並記成一行。所以教師只要幫助學生將「 47×50 」、「 47×200 」也記成一行，這樣的計算過程就是成人直式算則。 (2)引導學生將「47 的 50 倍」記成一行： 教師可以先用直式算出 47 的 50 倍是 2350，也就是 235 個十。再用直式算出 47 的 5 倍是 235，並記成一行。		

	<p>然後透過下面兩個算式，幫助學童發現可以透過定位板，利用「47的5倍」算出答案是235個「十」，235個「十」和2350一樣大。</p> <p>(3)再引導學生將「47的200倍」記成一行： 教師可以先用直式算出47的200倍是9400，也就是94個百。 再用直式算出47的2倍是94，並記成一行。 然後透過下面兩個算式，幫助學童發現可以透過定位板，利用「47的2倍」算出答案是94個「百」，94個「百」和9400一樣大。</p> <p>(4)最後引導學生將「47×6」、「47×5」和「47×2」三行算式，相加後就能夠得到12032的答案。</p>
--	---

分析	<p>3-d-01：能報讀生活中常見的表格。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-d-02：能報讀生活中常用的折線圖。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-d-02：能整理生活中的有序資料，並繪製成折線圖。</p>										
補救教學建議	<p>(一)由於資料的屬性不同，適用的統計圖形也不相同，如果資料項目屬於有序變數，例如時間、成績、身高、體重等，也就是當變數有方向或次序的關係時，數學上經常使用折線圖來溝通。以不同時間太陽高度角測量的折線圖為例，當我們改變有序變數(時間)的位置時，就會失去折線圖原本要傳遞訊息的意義。一般而言，折線圖是探討資料隨著時間或次序關係增加的變化情形，或用以預測可能的變化趨勢，其橫軸大都是依據時間的先後順序或數字的大小順序排列的，以下圖為例，我們很容易看到由 8 時至 14 時太陽高度角的變化情形。</p> <p style="text-align: center;">太陽高度角測量統計圖</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>太陽高度角測量數據表</caption> <thead> <tr> <th>時間 (時)</th> <th>太陽高度角 (度)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>8</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>50</td> </tr> <tr> <td>12</td> <td>65</td> </tr> <tr> <td>14</td> <td>45</td> </tr> </tbody> </table>	時間 (時)	太陽高度角 (度)	8	35	10	50	12	65	14	45
時間 (時)	太陽高度角 (度)										
8	35										
10	50										
12	65										
14	45										

題號	11		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。		
試題內容	<p>甲吃了 $\frac{29}{6}$ 張蔥油餅；乙吃了 $4\frac{5}{6}$ 張蔥油餅；丙先吃了 4 張蔥油餅，再吃了 $\frac{5}{6}$ 張蔥油餅，請問誰吃的蔥油餅最多？</p> <p>① 甲 ② 乙 ③ 丙 ④ 一樣多</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.13	0.01
2	0.06	0.15	0.01
3	0.07	0.16	0.00
4*	0.80	0.52	0.98
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.80	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.46，試題品質良好；通過率為 0.80，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 80%，顯示超過八成的學生已具備同分母分數大小比較及假分數與帶分數互換的能力。</p> <p>(3)有 7%的學生選擇選項 3(低分組有 16%)，這些學生可能不具備假分數與帶分數互換的能力；也可能無法將丙「先吃了 4 張蔥油餅，再吃了 $\frac{5}{6}$ 張蔥油餅」的情境記成帶分數「吃了 $4\frac{5}{6}$ 張蔥油餅」，認為丙分別吃了 2 次蔥油餅，所以丙吃的蔥油餅最多。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>評量重點： 4-n-08：能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。</p> <p>延伸的知識： 5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。</p>		
補救教學	(一)在同分母分數情境中，透過單位分數的點數，可以和整數的計		

建議	<p>算完全連結起來，例如將 $\frac{2}{7}$ 視為 2 個 $\frac{1}{7}$，$\frac{3}{7}$ 視為 3 個 $\frac{1}{7}$，「$\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$」可以看成「2+3」，也就是 2 個 $\frac{1}{7}$ 加 3 個 $\frac{1}{7}$。</p> <p>(二)建議教師進行帶分數的命名活動</p> <p>學生已掌握 12 公尺及 $\frac{4}{13}$ 公尺的意義，教師可以先問「12 公尺和 $\frac{4}{13}$ 公尺合起來要怎麼稱呼，才能同時看到 12 公尺，$\frac{4}{13}$ 公尺和 12 公尺、$\frac{4}{13}$ 公尺合起來」，幫助學生命名為「$12\frac{4}{13}$ 公尺」。</p> <p>再追問「$12\frac{4}{13}$ 公尺中是否看到 12 公尺，$\frac{4}{13}$ 公尺和 12 公尺、$\frac{4}{13}$ 公尺合起來」，幫助學生掌握 $12\frac{4}{13}$ 公尺的意義。</p>
----	--

題號	12		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-02：能熟練整數加、減的直式計算。		
試題內容	算算看， $115600 - 35701 = ?$ ① 70899 ② 79899 ③ 79999 ④ 120101		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.03	0.08	0.01
2*	0.88	0.74	0.96
3	0.06	0.11	0.02
4	0.02	0.05	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.88	鑑別度	0.22
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.22，試題品質尚可；通過率為 0.88，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 88%，顯示近九成的學生已經熟練整數加、減的直式計算。</p> <p>(3)有 6%的學生選擇選項 3(低分組有 11%)，這些學生可能在退位時計算發生錯誤；</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-02：能熟練加減直式計算(四位數以內，和<10000，含多重退位)。</p> <p>評量重點： 4-n-02：能熟練整數加、減的直式計算。</p> <p>延伸的知識： 5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。</p>		

補救教學
建議

- (一)一年級加減法教學重點：「熟練」基本加減法。
 二年級加減法教學重點：「熟練」二位數的加減直式計算(含進位及退位)；「理解」三位數加減直式計算(不含兩次退位)。
 三年級加減法教學重點：「熟練」四位數以內的加減直式計算。
 四年級加減法教學重點：「熟練」整數的加減直式計算。
- (二)以數字 145240607143825 為例，幫助學生建立十進位記數法及萬進位記數法的定位板。

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5



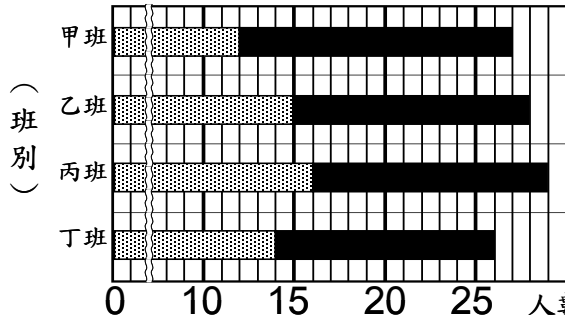
- (三)以「145240607143825+257683168379658」為例，提供教師兩種解題的策略。

十進位記數法解題的紀錄

百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5
+2	5	7	6	8	3	1	6	8	3	7	9	6	5	8
4	0	2	9	2	3	7	7	5	5	2	3	4	8	3

萬進位記數法解題的紀錄

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825
+ 257	6831	6837	9658
402	9237	7552	3483

題號	13		
內容領域	統計與機率	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-d-01：能報讀生活中常用的長條圖。		
試題內容	<p>下圖是快樂國小四年級各班人數統計圖，請問四年級學生總共有多少人？</p> <p style="text-align: center;">男生  女生 </p>  <p style="text-align: center;">① 90 ② 100 ③ 110 ④ 120</p>		
選答率 選項	答題反應比率 (*表正確答案)		
	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.11	0.02
2	0.05	0.10	0.01
3*	0.76	0.49	0.94
4	0.12	0.26	0.03
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.76	鑑別度	0.45
試題品質 分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.45，試題品質良好；通過率為 0.7876 試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 76%，顯示近八成的學生已能報讀或解讀生活中常用的長條圖。</p> <p>(3)有 12%的學生選擇選項 4(低分組有 26%)，這些學生可能已能報讀或解讀生活中常用的長條圖，但在點數刻度或計算人數和時發生錯誤。</p>		
教材地位 分析	<p>先備的知識： 3-d-01：能報讀生活中常見的表格。</p> <p>評量重點： 4-d-01：能報讀生活中常用的長條圖。</p> <p>延伸的知識：</p>		

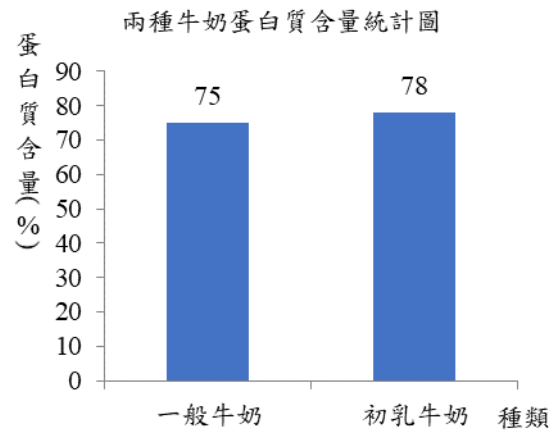
6-d-01：能整理生活中的資料，並製成長條圖。

(一)在繪製長條圖或折線圖時，當部份項目的個數很多，繪出來的長條太長，或折線都偏向圖形的上方，為了圖形的美觀，我們經常使用省略符號調整圖形的高度，讓整個長條圖或折線圖的長與寬接近黃金比例。

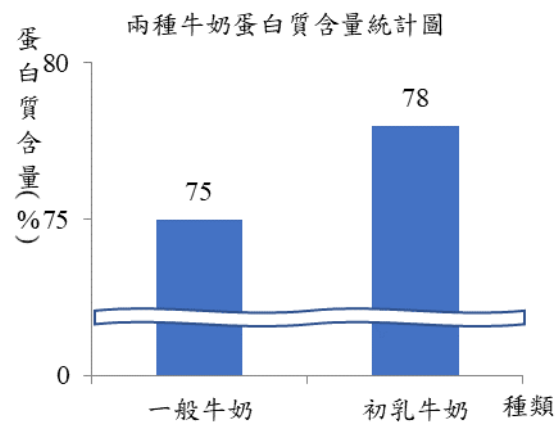
雖然使用省略符號會讓長條圖比較美觀，但是也會影響部份傳遞訊息的正確性。以一般牛奶(蛋白質含量是75%)與初乳牛奶(蛋白質含量是78%)蛋白質含量比較的情境為例，圖一是沒有省略符號的長條圖，圖二是有省略符號的長條圖，圖一和圖二中蛋白質含量的差異量都是3%，並沒有改變，但是它們高度的倍數關係產生改變，在圖五中，兩者蛋白質含量的比值很接近1，但是在圖六中，初乳牛奶蛋白質含量是一般牛奶蛋白質含量的2倍以上。

補救教學
建議

(圖一)



(圖二)



	<p>2-a-03：能在具體情境中，認識乘法交換律。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)加法交換律、乘法交換律，加法結合律和乘法結合律都是關係，指的是同一個問題一定有兩種不同的解題方法，以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，乘法結合律指的是可以用 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$ 算出答案，也可以用 $25 \times (12 \times 20) = 6000$ 算出答案。</p> <p>理解乘法結合律有兩個層次：</p> <p>層次一：$(25 \times 12) \times 20 = 6000$，$25 \times (12 \times 20) = 6000$，它們的答案相同，可以記成 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$</p> <p>層次二：「$(25 \times 12) \times 20$」和「$25 \times (12 \times 20)$」是同一個問題兩種不同的算法，因此不必算出答案就知道 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$。</p> <p>(二)建議教師在具體情境中，幫助學生理解乘法結合律。</p> <p>以「一盒蘋果裝 25 顆，12 盒蘋果裝一箱。爸爸進口 20 箱蘋果，請問進口幾顆蘋果？」為例，幫助學生認識可以先算 1 箱有 25×12 顆蘋果，再算 20 箱有幾顆蘋果，記成 $(25 \times 12) \times 20 = 6000$；也可以先算 20 箱有 12×20 盒蘋果，再算 12×20 盒有幾顆蘋果，記成 $25 \times (12 \times 20) = 6000$，因為這兩種的答案相同，可以記成 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$。</p> <p>當學生有足夠解題經驗，就能預期 $(25 \times 12) \times 20 = 25 \times (12 \times 20)$。</p> <p>(三)本題的數字不大，學生應該能快速的算出算式甲、算式乙和算式丙的答案，建議教師應幫助學生養成利用嘗試錯誤的方法來解題的習慣，培養學生主動學習的態度，學生面對新問題時，嘗試錯誤是最常用的解題方法。</p>

題號	15		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。		
試題內容	<p>「君君把 1 包糖果平分給 38 人，每人可以拿到 5 顆，剩下 3 顆，請問這包糖果有多少顆？」下面哪個算式能算出正確的答案？</p> <p>① $(38-3)\times 5$ ② $(38+3)\times 5$ ③ $38\times 5-3$ ④ $38\times 5+3$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.14	0.01
2	0.10	0.21	0.01
3	0.08	0.21	0.01
4*	0.74	0.41	0.96
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.74	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.55，試題品質良好；通過率為 0.74，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 74%，顯示近八成的學生已具備先乘後加兩步驟問題列式的能力。</p> <p>(3)本題是有餘數的被除數未知問題，學生必須掌握乘除互逆的概念，將 $a\div b=q\cdots r$ 改記成 $a=bxq+r$ 後，才能成功的解題。</p> <p>(4)有 10%的學生選擇選項 2(低分組有 21%)，有 8%的學生選擇選項 3(低分組有 21%)，這些學生可能不理解題意；也可能不具備利用乘除互逆解有餘數除法問題的能力。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-02：能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。</p>		
補救教學	(一)以「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 20 元的		

建議	<p>橡皮擦，共花多少元？」為例，說明幫助學生列式的教學流程</p> <p>(1)用兩個算式記錄解題活動</p> $12 \times 5 = 60, 60 + 20 = 80$ <p>(2)用併式記錄解題活動</p> $12 \times 5 + 20 = 80$ <p>(3)用算式填充題來列式</p> $12 \times 5 + 20 = (\quad)$ <p>(4)先列式，再用逐次減項的記法記錄解題活動</p> $12 \times 5 + 20 = (\quad)$ $12 \times 5 + 20$ $= 60 + 20$ $= 80$
----	---

題號	16		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。		
試題內容	將 1 公里平分成 1000 份，每份有多長？ ① 1 公尺 ② 1 公分 ③ 1 毫米 ④ 10 公分		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.72	0.53	0.88
2	0.11	0.16	0.05
3	0.04	0.07	0.01
4	0.11	0.20	0.04
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.72	鑑別度	0.34
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.34，試題品質佳；通過率為 0.72，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 72%，顯示超過七成的學生已能掌握公里、公尺及公分單位間的化聚關係。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 16%)，這些學生可能誤認為 1 公里=1000 公分。</p> <p>(4)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能誤認為 1 公里=10000 公分。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-14：能認識長度單位「毫米」，及「公尺」、「公分」、「毫米」間的關係，並作相的實測、估測與計算。</p> <p>評量重點： 4-n-15：能認識長度單位「公里」，及「公里」與其他長度單位的關係，並作相關計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)公制單位</p> <p>「公制單位」是十進位制的單位，全世界通用，而且方便記憶。國小課本中出現的單位是社會上較常使用的「公制單位」，稱之為「常用單位」。</p> <p>在測量長度、重量、容量、…時，公制單位都先選擇一個基準單位，並使用一組形容詞來描述各單位與基準單位間的十進關係。以「長度」單位為例，公制單位選擇「米」當做長度的基本單位，然後在米前面加上「十、百、千、…、百萬、…、</p>		

十億、……」等形容詞表示這些單位與米的「十倍、百倍、千倍、……百萬倍、……、十億倍、……」的關係，例如千米表示和 1000 個 1 米接來一樣長。在米前面加上「分、厘、毫、……、微、……奈、……」等形容詞表示這些單位與米的「十分之一倍、百分之一倍、千分之一倍、百萬分之一倍、……、十億分之一倍、……」的關係，例如：厘米表示百分之一米，毫米表示千分之一米，微米表示百萬分之一米，奈米表示十億分之一米。相同的，公制單位選擇了「公升」當做「容量」的基準單位，分公升表示十分之一公升，毫公升表示千分之一公升，微公升表示百萬分之一公升，有時也將分公升、毫公升等簡稱為分升、毫升。因此，當我們知道不同單位的基準單位之後，只要記憶一組形容詞，就能夠掌握單位間的倍數關係，對解決單位間的化聚有很大的幫助。

下面提供長度及容量不同單位對應的表格，第三行的描述方式和第二行英文公制單位的描述方式一致。

長度單位：公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公釐

Km、hm、dam、m、dm、cm、mm

千米、百米、十米、米、分米、厘米、毫米

容量單位：公秉、公石、公斗、公升、公合、公勺、公撮

kl、hl、dal、l、dl、cl、ml

千公升、百公升、十公升、公升、分公升、厘公升、毫公升

在 97 年頒布九年一貫課程綱要，數學學習領域附錄三的度量衡列表中，出現的單位並不完全是公制單位的記法，例如長度單位出現公里、公尺、公分與毫米；容量單位出現公升及毫公升，重量單位出現公噸、公斤及公克。

(二) 常用單位

以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名稱，例如 km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。

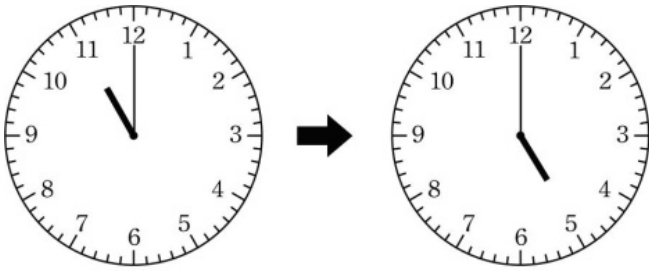
以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為 1000 以內的數量都是可以掌握的，因此 13 個「1 米」稱為 13 米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將 13 米稱為 1「十米」3「米」；278 個「1 米」稱為 278 米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將 278 米稱為 2「百米」7「十米」8「米」。當「1 米」的個數超過 1000 個時，才需要引入新的單位「千

米」，並將 2465 個「1 米」稱為 2「千米」465「米」。

公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。

轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。

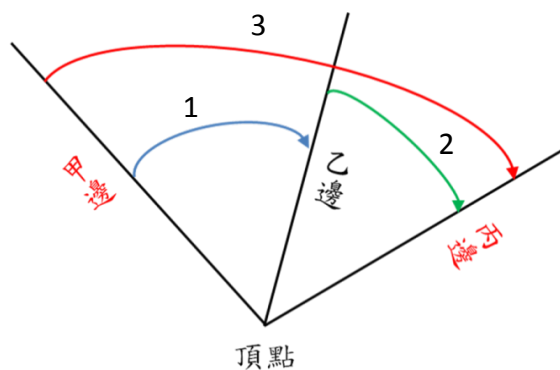
引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的 1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入公合(分公升)等單位，其中 1 公尺=100 公分、1 公分=10 公厘，1 公升=10 公合。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和公厘，以及公合和公升的倍數關係，就可以掌握國小接段所有不同單位間的倍數關係。

題號	17		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。		
試題內容	<p>如下圖，請問上午 11 時至下午 5 時，時針共旋轉了多少度？</p>  <p>① 180 ② 150 ③ 120 ④ 30</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.75	0.44	0.96
2	0.11	0.24	0.02
3	0.07	0.17	0.01
4	0.06	0.14	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.75	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.75，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 75%，顯示近八成的學生已具備利用旋轉角概念解題的能力。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 24%)，這些學生可能不理解旋轉角的意義；也可能誤解題意，算出由 12 時旋轉至 5 時共旋轉了 150 度。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-17：能認識角，並比較角的大小。(同 3-s-04)</p> <p>評量重點： 4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。</p> <p>延伸的知識： 5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。</p>		
補救教學建議	<p>(一)教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。</p> <p>例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至</p>		

乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。

再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。

透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



(二)分針轉1圈時是一個周角，也就是旋轉了360度，1圈有12大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以轉1大格時旋轉了30度；1圈有60小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以轉1小格時旋轉了6度。

也可以透過1大格有5小格， $30 \div 5 = 6$ ，得到轉1小格時旋轉了6度。

題號	18		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-17：能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較不同體積的大小，並認識體積單位「立方公分」。		
試題內容	<p>有一塊地板，用藍色磁磚鋪 450 塊可以鋪滿，用綠色磁磚鋪要 310 塊，用黃色磁磚鋪要 200 塊，用紅色磁磚鋪要 120 塊，請問哪種顏色的磁磚面積最大？</p> <p>① 紅色 ② 綠色 ③ 黃色 ④ 藍色</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.58	0.20	0.90
2	0.03	0.08	0.00
3	0.03	0.07	0.01
4	0.35	0.62	0.09
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.58	鑑別度	0.70
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.70，試題品質良好；通過率為 0.58，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備利用個別單位實測的方法比較不同個別單位面積大小的能力。</p> <p>(3)本題的評量重點與二年級分年細目「2-n-13：能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因」相同，本題將二年級分年細目中的長度情境修改為面積情境。</p> <p>(4)有 35%的學生選擇選項 4(低分組有 62%、高分組有 9%)，這些學生可能無法理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同，誤認為塊數的數字愈大，則磁磚面積愈大。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-14：能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-n-17：能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較不同體積的</p>		

	大小，並認識體積單位「立方公分」。
補救教學建議	<p>(一)學生在二年級已能理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因，建議教師先複習二年級的教材。</p> <p>教師宜先利用差異較大的個別單位，幫助學生看到用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同的現象；再利用差異較小的個別單位，檢查學生是否掌握其意義。</p> <p>下面以「用橘色積木和白色積木測量鉛筆長度」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>步驟一：教師引導學生關注「橘色積木比白色積木長」。</p> <p>步驟二：透過實測鉛筆，得到「鉛筆和 2 條橘色積木接起來一樣長，鉛筆也和 20 個白色積木接起來一樣長」的結果。</p> <p>步驟三：教師幫助學生察覺「橘色積木比白色積木長，但是測量的結果是 2 條橘色積木的個數比 20 個白色積木的個數少」。</p> <p>鼓勵學生說出「因為橘色積木比白色積木長，所以橘色積木量的次數會比白色積木量的次數少」，如果學生無法說明，建議教師主動說明。</p> <p>步驟四：教師可提供其它情境的例子，幫助學生發現用不同個別單位測量同一物件長度時，其數值不同，並鼓勵學生說明原因。</p> <p>(二)當學生理解用不同個別單位測量同一長度時，其數值不同，並能說明原因後，再改用邊長 1 公分(面積 1 平方公分)和 10 公分(面積 100 平方公分)的正方形測量書桌的面積，類比上面的四個步驟，幫助學生理解用不同個別單位測量同一面積時，其數值不同。</p>

題號	19		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。		
試題內容	<p>$144 \div (6 \times 4) = \text{甲}$，$(144 \div 6) \times 4 = \text{乙}$，$144 \div 6 \times 4 = \text{丙}$。請問哪幾個算式的答案相等？</p> <p>① 甲和乙 ② 甲和丙 ③ 乙和丙 ④ 甲、乙、丙都相等</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.13	0.00
2	0.15	0.25	0.04
3*	0.68	0.41	0.93
4	0.10	0.17	0.02
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.68	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.68，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 68%，顯示七成的學生已掌握「括號先算」及「由左往右算」運算次序的約定。</p> <p>(3)有 15%的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，這些學生可能知道「括號先算」運算次序的約定，但誤認為先除後乘兩步驟計算題中，必須先算乘的部份。</p> <p>學生可能的算法如下：甲：$144 \div (6 \times 4) = 144 \div 24 = 6$ 乙：$(144 \div 6) \times 4 = 24 \times 4 = 96$ 丙：$144 \div 6 \times 4 = 24 \times 4 = 96$</p> <p>(4)有 10%的學生選擇選項 4(低分組有 17%)，這些學生可能無法掌握「括號先算」及「由左往右算」運算次序的約定，誤認為沒有括號的兩步驟問題都要由左往右算。</p> <p>學生可能的算法如下：甲：$144 \div (6 \times 4) = 144 \div 6 \times 4 = 24 \times 4 = 96$ 乙：$(144 \div 6) \times 4 = 24 \times 4 = 96$ 丙：$144 \div 6 \times 4 = 24 \times 4 = 96$</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。</p> <p>評量重點： 4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p> <p>延伸的知識：</p>		

	5-n-03：能熟練整數四則混合計算。
補救教學 建議	<p>(一)在「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」這三個運算次序的約定中，「括號先算」是第一優先執行的約定，建議教師在引入併式紀錄時，應要求學生使用小括號區分先算的部份，為以後引入四則混合計算問題鋪路。</p> <p>(二)對四年級學生而言，先乘除後加減的計算問題最困難，括號先算的計算問題比較簡單，建議教師透過比較下列兩個算式運算結果的方式，幫助學生理解先乘除後加減的意義。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> $5 + (3 \times 4) = 5 + 12$ $= 17$ <p>(算式一)</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> $5 + 3 \times 4 = 5 + 12$ $= 17$ <p>(算式二)</p> </div> </div> <p>(三)「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：</p> <p>(1)括號的部份要先算，簡稱為「括號先算」。</p> <p>(2)當沒有括號的時候，如果「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都存在時，要先計算乘和除的部份，簡稱為「先乘除後加減」。</p> <p>(3)當要計算乘和除的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算，合併簡稱為「由左往右算」。</p>

題號	20		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並作位值單位的換算。		
試題內容	算算看，2兆-2億=? ① 1兆8億 ② 1兆98億 ③ 1兆998億 ④ 1兆9998億		
選答率	答題反應比率(*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.12	0.26	0.02
2	0.05	0.11	0.01
3	0.15	0.20	0.09
4*	0.66	0.40	0.87
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.66	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.47，試題品質良好；通過率為0.66，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項4，通過率為66%，顯示近七成的學生已經認識大數，並能作兆和億單位複名數的加減。</p> <p>(3)有12%的學生選擇選項1(低分組有26%)，這些學生可能無法掌握四位一撇萬進位結構的意義，誤認為1兆=10億。</p> <p>(4)有5%的學生選擇選項2(低分組有11%)，這些學生可能無法掌握四位一撇萬進位結構的意義，誤認為1兆=100億。</p> <p>(5)有15%的學生選擇選項3(低分組有20%)，這些學生可能無法掌握四位一撇萬進位結構的意義，誤認為1兆=1000億。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>3-n-01：能認識10000以內的數及「千位」之位名，並進行位值單位換算。</p> <p>評量重點：</p>		

	<p>4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數（含「億」、「兆」之位名），並作位值單位的換算。</p>																																						
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：</p> <p>十進位記數法將「145240607143825」這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五。</p> <table border="1" data-bbox="475 573 1307 719"> <tr> <td>百兆</td><td>十兆</td><td>兆</td><td>千億</td><td>百億</td><td>十億</td><td>億</td><td>千萬</td><td>百萬</td><td>十萬</td><td>萬</td><td>千</td><td>百</td><td>十</td><td>一</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>7</td><td>1</td><td>4</td><td>3</td><td>8</td><td>2</td><td>5</td> </tr> </table> <p>萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右自左、四位一撇改記成 145, 2406, 0714, 3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。</p> <table border="1" data-bbox="475 936 1158 1032"> <tr> <td>兆</td><td>億</td><td>萬</td><td>一</td> </tr> <tr> <td>145</td><td>2406</td><td>0714</td><td>3825</td> </tr> </table> <p>(二)英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用 1 千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」…等，所以遇到大數字時，經常每三位一撇做一個記號，例如先將 10234567891 這個大數字改記成 10, 234, 567, 891 後，讀做 ten「billion」, two hundred and thirty-four「million」, five hundred and sixty-seven「thousand」, eight hundred and ninety one。</p>	百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一	1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5	兆	億	萬	一	145	2406	0714	3825
百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一																									
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5																									
兆	億	萬	一																																				
145	2406	0714	3825																																				

題號	21		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。		
試題內容	<p>已知正三角形的周長是 24 公分，請問它的邊長是幾公分？</p> <p>① 6 ② 8 ③ 72 ④ 96</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.19	0.21	0.10
2*	0.64	0.34	0.88
3	0.11	0.25	0.01
4	0.06	0.16	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.64	鑑別度	0.54
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.54，試題品質良好；通過率為 0.64，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 64%，顯示六成五的學生已經認識正三角形三邊等長。</p> <p>(3)有 19%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能誤解題意，誤將 24 公分看成正方形的周長。</p> <p>(4)有 11%的學生選擇選項 3(低分組有 25%)，這些學生可能誤解題意，誤將 24 公分看成正三角形的邊長，算出正三角形的周長是 72 公分。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-s-04：能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)</p> <p>評量重點： 4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。</p> <p>延伸的知識： 5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。</p>		
補救教學建議	<p>(一)現行國小課程在二至五年級都出現正三角形的名詞，只是不同階段出現正三角形名詞的意義及教學的重點都不相同。</p> <p>國小二年級引入三邊都一樣長的三角形，稱三邊都一樣長的三角形為正三角形，此時的正三角形並不是數學上正三角形的意義，只是三邊都一樣長三角形暫時的名字。</p>		

國小三年級再次討論正三角形，幫助學生認識正三角形不但三條邊一樣長，三個角也一樣大，為四年級引入正三角形的定義鋪路，此時的正三角形指的還是三邊都一樣長的三角形。

國小四年級開始給正三角形下定義，稱三條邊都一樣長且三個角都一樣大的三角形為正三角形，此時的正三角形不是數學上正 n 邊形的意義，只是三邊都一樣長且三個角都一樣大三角形的名字。

國小五年級引入正 n 邊形後，此時的正三角形才是正 n 邊形的一部份。

題號	22		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-s-06：能理解平面上直角、垂直與平行的意義。		
試題內容	<p>圖畫紙上有紅色、藍色及綠色三條直線，其中紅線與藍線相交成90度角，紅線與綠線也相交成90度角，那麼藍線與綠線具有下列哪種關係？</p> <p>①垂直 ②平行 ③有交點，但不垂直 ④無法判斷</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.27	0.41	0.07
2*	0.56	0.28	0.87
3	0.07	0.15	0.01
4	0.08	0.12	0.04
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.56	鑑別度	0.59
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.59，試題品質良好；通過率為0.56，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項2，通過率為56%，顯示近六成的學生已具備判斷兩線平行或垂直的能力。</p> <p>(3)有27%的學生選擇選項1(低分組有41%)，這些學生可能不具備判斷兩線平行或垂直的能力，受題幹中「90度角」關鍵字的影響，選擇藍線與綠線互相垂直的答案。</p> <p>(4)有7%的學生選擇選項3(低分組有15%)，有8%的學生選擇選項4(低分組有12%)，這些學生可能不理解題意；或因為題幹的敘述太長而隨意作答。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 2-s-02：能認識生活周遭中平行與垂直的現象。</p> <p>評量重點： 4-s-06：能理解平面上直角、垂直與平行的意義。</p> <p>延伸的知識： 6-s-04：能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。</p>		
補救教學建議	<p>(一)下面先說明兩線互相垂直的定義：</p> <p>(1)兩線互相垂直的定義：</p>		

垂直是兩相異直線間的一種關係，平面上，相異兩直線相交，且交角中有一個角為直角，稱這兩條直線互相垂直。

當學童能掌握甲、乙兩條直線互相垂直的意義後，才能夠理解甲線垂直於乙線，以及乙線垂直於甲線的意義，並解決畫出過線外一點，且和已知線垂直的直線的問題。

(2) 兩線互相平行的定義：

直觀的看，兩平行線有下面 A 至 E 的性質，這些性質都是等價的關係，可以任意選擇其中一個當作平行線的定義。

A：永不相交的兩直線。

B：距離處處相等的兩直線。

C：內錯角（同位角）相等的兩直線。

D：同時垂直於另一條直線的兩直線。

E：透過旋轉，可以轉換成水平線（或鉛垂線）的兩條直線。

部份教師認為選用「永不相交的兩直線」來描述平行線最貼切，因此告訴學童「如果兩條直線永遠不會相交於一點，這兩條直線就是平行線」，這種想法是不切實際的，因為我們無法檢驗兩條直線是否永遠不會相交於一點。

97 課綱選用「同時垂直於另一條直線的兩直線互相平行」當作平行線的定義，因為學童可以利用直尺或三角板來檢驗，而且國中階段很容易延伸此定義，推導出「同位角相等、內錯角相等或同側內角互補，則兩線平行」的定理。

題號	23																																
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解																														
分年細目	4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並作位值單位的換算。																																
試題內容	將「三億零五十三萬」寫成數字後，「0」 <u>不會</u> 出現在哪一位？ ① 個位 ② 千位 ③ 十萬位 ④ 千萬位																																
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)																																
選項	整體	低分組	高分組																														
1	0.09	0.19	0.01																														
2	0.07	0.13	0.01																														
3*	0.70	0.36	0.95																														
4	0.13	0.28	0.03																														
未作答	0.01	0.00	0.00																														
通過率	0.70	鑑別度	0.58																														
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.58，試題品質良好；通過率為 0.70，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 70%，顯示超過七成的學生已經認識大數(含「億、兆」之位名)。</p> <p>(3)有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 19%)，有 7%的學生選擇選項 2(低分組有 13%)，有 13%的學生選擇選項 4(低分組有 28%)，這些學生可能無法掌握四位一撇萬進位結構的意義；也可能誤解題意，選擇「0」會出現在哪一位。</p>																																
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-01：能認識 10000 以內的數及「千位」的位名，並進行位值單位換算。</p> <p>評量重點： 4-n-01：能透過位值概念，延伸整數的認識到大數(含「億」、「兆」之位名)，並作位值單位的換算。</p>																																
補救教學建議	<p>(一)大數的命名包含十進位記數法及萬進位記數法：</p> <p>十進位記數法將「145240607143825」這個大數字讀做：一「百兆」四「十兆」五「兆」二「千億」四「百億」零「十億」六「億」零「千萬」七「百萬」一「十萬」四「萬」三「千」八「百」二「十」五。</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>百兆</td><td>十兆</td><td>兆</td><td>千億</td><td>百億</td><td>十億</td><td>億</td><td>千萬</td><td>百萬</td><td>十萬</td><td>萬</td><td>千</td><td>百</td><td>十</td><td>一</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>4</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>0</td><td>6</td><td>0</td><td>7</td><td>1</td><td>4</td><td>3</td><td>8</td><td>2</td><td>5</td> </tr> </table>			百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一	1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5
百兆	十兆	兆	千億	百億	十億	億	千萬	百萬	十萬	萬	千	百	十	一																			
1	4	5	2	4	0	6	0	7	1	4	3	8	2	5																			

萬進位記數法先將「145240607143825」這個大數字由右自左、四位一撇改記成 145, 2406, 0714, 3825 後，讀做：一百四十五「兆」、二千四百零六「億」、七百一十四「萬」、三千八百二十五(見下圖)。

兆	億	萬	一
145	2406	0714	3825

(二)英、美等西方國家及我國的金融界都習慣使用千進位記數法，千進位記數法以「個、十、百」這組數詞為基礎，利用 1 千以內的數量來描述有多少個「一(one)」、多少個「千(thousand)」、多少個「百萬(million)」、多少個「十億(billion)」…等，所以遇到大數字時，經常每三位一撇做一個記號，例如先將 10234567891 這個大數字改記成 10, 234, 567, 891 後，讀做 ten「billion」, two hundred and thirty-four「million」, five hundred and sixty-seven「thousand」, eight hundred and ninety one。

題號	24		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。		
試題內容	<p>下列是甲、乙和丙三人對等腰直角三角形的說法？</p> <p>甲說：只有兩條邊一樣長</p> <p>乙說：只有兩個角一樣大</p> <p>丙說：最大的角是直角</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 甲和乙 ② 甲和丙 ③ 乙和丙 ④ 三人都正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.27	0.35	0.14
2	0.16	0.22	0.07
3	0.11	0.15	0.07
4*	0.45	0.24	0.71
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.45	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.45，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 45%，顯示近五成的學生已經認識等腰直角三角形。</p> <p>(3)有 27%的學生選擇選項 1(低分組有 35%)，這些學生可能知道等腰直角三角形兩腰相等以及兩底角相等，所以甲和乙的說法正確，他們也知道等腰直角三角形中有一個角是直角，但不知道直角三角形中的直角最大，所以認為丙不正確。</p> <p>(4)有 16%的學生選擇選項 2(低分組有 22%)，這些學生可能知道等腰直角三角形兩腰相等，且有一個角是直角，直角是最大角，所以甲和丙的說法正確，但他們可能不知道等腰直角三角形兩底角也相等，所以認為乙不正確。</p> <p>(5)有 11%的學生選擇選項 3(低分組有 15%)，這些學生可能知道等腰直角三角形兩底角相等，且有一個角是直角，直角是最大角，所以乙和丙的說法正確，但他們可能不知道等腰直角三角形兩腰等長，所以認為甲不正確。</p>		

教材地位 分析	<p>先備的知識： 3-s-04：能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)</p> <p>評量重點： 4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。</p> <p>延伸的知識： 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>
補救教學 建議	<p>(一)有兩種幫助學生澄清等腰直角三角形意義的教學方式：</p> <p>(1)利用扣條做等腰直角三角形，例如先做出等長的兩邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再透過旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角之後，再圍成一個三角形，這個三角形會同時滿足等腰及直角兩個條件，所以是等腰直角三角形。</p> <p>(2)利用三角板畫出直角，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後連成一個三角形，這種畫法比較容易畫出等腰直角三角形。這個畫出來三角形會同時滿足直角及等腰兩個條件，所以是等腰直角三角形。</p> <p>當學生有一些用扣條做等腰直角三角形，以及畫等腰直角三角形的經驗後，較能夠同時掌握等腰直角三角形滿足「兩邊相等」及「一個角為直角」關係的意義。</p>

題號	25		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-11：能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。		
試題內容	<p>下列關於小數的敘述何者正確？</p> <p>① 25.52 的十位數字和十分位數字都是 2</p> <p>② 12.706 比 12.76 大</p> <p>③ 2.5 和 25 個 0.1 合起來一樣大</p> <p>④ 3000 個 0.01 合起來和 3 一樣大</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.21	0.06
2	0.14	0.26	0.02
3*	0.61	0.36	0.89
4	0.07	0.13	0.02
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.61	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.61，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已經認識二位小數與百分位的位名，並能比較二位小數的大小。</p> <p>(3)有 16%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能不理解小數點的意義，誤將小數點看成位值的對稱中心，小數點左邊第二位是十位，所以小數點右邊第二位是十分位。</p> <p>(4)有 14%的學生選擇選項 2(低分組有 26%)，這些學生可能無法掌握二位小數的位值，類比整數來比較小數的大小，12706 比 1276 大，所以 12.706 比 12.76 大。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-12：能認識一位小數，並作比較與加減計算。</p> <p>評量重點： 4-n-11：能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。</p> <p>延伸的知識： 5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)透過下列兩組數字，說明小數點的功能。</p> <p>第一組數字： 7.7 77.77 777.777</p>		

第二組數字：77.7 777.77 7777.777

就圖像(數字本身)的觀點，7.7 小數點的左邊及右邊各有一個7，77.77 小數點的左邊及右邊各有二個7，777.777 小數點的左邊及右邊各有三個7，因此以小數點為對稱中心時，第一組小數是左右對稱的。

但是就位值的觀點，第二組小數才是左右對稱的，當我們以個位的7為對稱中心，並忽略小數點時，左右兩邊的位值是對稱的，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，十位的左邊是百位，十分位的右邊是百分位，百位的左邊是千位，百分位的右邊是千分位，十位及十分位，百位及百分位，千位及千分位分別對稱於個位。

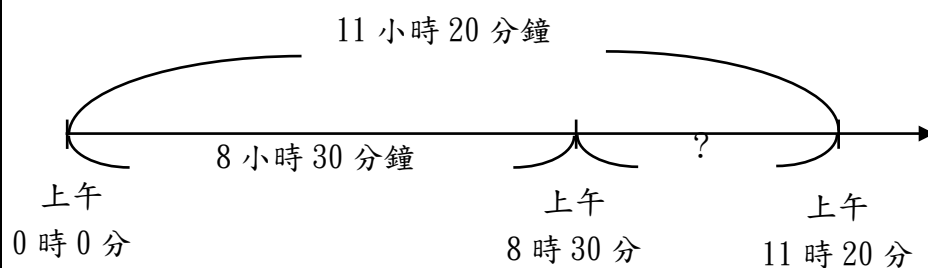
因為數字的單位是1，而記幾個1的位置是個位，因此個位才是數字的對稱中心，個位的左邊是十位，個位的右邊是十分位，因此不會有個分位的位名，而小數點的功能是告訴我們個位在哪裡。

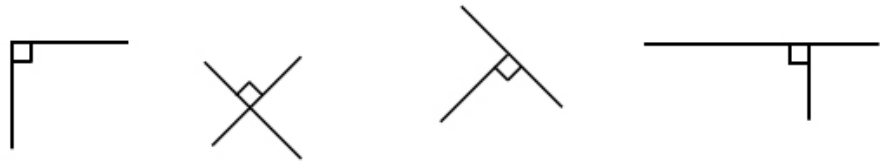
題號	26		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。		
試題內容	<p>3 小時 40 分鐘 + 2 小時 50 分鐘 = () 分鐘，() 內要填入哪個數字？</p> <p>① 590 ② 430 ③ 390 ④ 210</p>		
選答率	答題反應比率 (* 表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.29	0.51	0.08
2	0.07	0.13	0.03
3*	0.58	0.23	0.87
4	0.05	0.08	0.02
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.58	鑑別度	0.64
試題品質分析	<p>(1) 本題鑑別度為 0.64，試題品質良好；通過率為 0.58，試題難易度適中。</p> <p>(2) 本題正確答案為選項 3，通過率為 58%，顯示六成的學生已經具備複名數時間量加減計算的能力。</p> <p>(3) 有 29% 的學生選擇選項 1 (低分組有 51%)，這些學生可能類比整數加法直式算則來解題，$340 + 250 = 590$，所以 3 小時 40 分鐘 + 2 小時 50 分鐘 = 590 分鐘。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>評量重點： 4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p> <p>延伸的知識： 5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一) 四年級時間的加減包含下列類型：</p> <p>(1) 時間量的加減： 3 小時 10 分鐘和 2 小時 30 分鐘合起來是多少小時多少分鐘。</p> <p>(2) 時刻及時間的加減： 兩時刻間經過多少時間(3 時 5 分到 3 時 8 分經過多少時間)。 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻(3 時 5 分，經過 5 分鐘後是什麼時刻)。</p>		

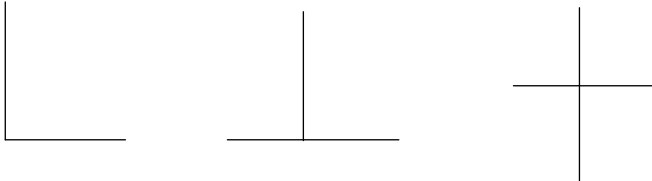
甲時刻在某時間量之前是什麼時刻(3時5分,5分鐘前是什麼時刻)。

(二)透過時間數線,幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。

以「上午8時30分到上午11時20分,經過幾小時幾分鐘?」為例,可以透過時間數線,將「上午8時30分」解讀為和上午0時0分的距離是「8小時30分鐘」,將「上午11時20分」解讀為和上午0時0分的距離是「11小時20分鐘」,利用「11小時20分鐘-8小時30分鐘=2小時50分鐘」,就能得到經過2小時50分鐘的答案。



題號	27		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-06：能理解平面上直角、垂直與平行的意義。		
試題內容	<p>下列有幾個「二條線互相垂直」的圖形？</p>  <p>① 1 個 ② 2 個 ③ 3 個 ④ 4 個</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.07	0.11	0.02
2	0.09	0.21	0.01
3	0.18	0.27	0.06
4*	0.64	0.36	0.90
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.64	鑑別度	0.54
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.54，試題品質良好；通過率為 0.64，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 64%，顯示近七成的學生已理解平面上兩線垂直的意義。</p> <p>(3)有 9%的學生選擇選項 2(低分組有 21%)，有 18%的學生選擇選項 3(低分組有 27%)，這些學生可能不理解兩線相交且只要有 1 個交角是直角，這兩線就互相垂直，誤認為上述三個圖形中只有一個或兩個圖形互相垂直。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-s-02：能認識生活周遭中平行與垂直的現象。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-s-06：能理解平面上直角、垂直與平行的意義。</p>		

	<p>延伸的知識：</p> <p>6-s-04：能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)平面上存在下圖中三種垂直的情境，第一種情境只存在 1 個直角，第二種情境存在 2 個直角，第三種情境存在 4 個直角，這三種情境經常隱藏在幾何圖形中，它們都滿足兩直線互相垂直的關係。建議教師在教學時，這三種情境都要溝通，不能只討論其中一種情境。</p> <div style="text-align: center;">  </div>

題號	28		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。		
試題內容	<p>「一條彩帶 23 公尺，平分成 5 段，每段長多少公尺？」下面哪個算式和答案都正確？</p> <p>① $5 \div 23 = \frac{5}{23}$，答：長 $\frac{5}{23}$ 公尺</p> <p>② $5 \div 23 = \frac{23}{5}$，答：長 $\frac{23}{5}$ 公尺</p> <p>③ $23 \div 5 = \frac{5}{23}$，答：長 $\frac{5}{23}$ 公尺</p> <p>④ $23 \div 5 = \frac{23}{5}$，答：長 $\frac{23}{5}$ 公尺</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.29	0.33	0.19
2	0.10	0.17	0.03
3	0.17	0.22	0.11
4*	0.41	0.23	0.66
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.41	鑑別度	0.43
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.43，試題品質良好；通過率為 0.41，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 41%，顯示超過四成的學生已具備解決等分除情境整數相除且商是分數問題的能力。</p> <p>(3)有 29%的學生選擇選項 1(低分組有 33%)，有 17%的學生選擇選項 3(低分組有 22%)，這些學生可能不具備解決等分除情境整數相除且商是分數問題的能力；也可能誤以為分數一定比 1 小。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>評量重點： 4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>延伸的知識： 5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p>		

	6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。
補救教學建議	<p>(一)教師應要求學生確定題目待答的單位為何。本題待答的單位是多少袋，應將注意力放在「將1瓶果汁全部平分給5人，每人可分得多少瓶？」上。</p> <p>(二)以等分除問題「5公升果汁，平分裝成3瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。</p> <p>第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是0的舊經驗</p> $5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$ <p style="text-align: center;">答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升</p> <p>第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿1公升來分)</p> $1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成3份，其中1份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$ $5 \text{ 公升是 } 5 \text{ 個 } 1 \text{ 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}),$ <p style="text-align: center;">答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升</p> <p>當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「$5 \div 3 = \frac{5}{3}$」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「$5 \div 3 = \frac{5}{3}$」算出答案。</p>

題號	29		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-n-17：能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並作相關計算。		
試題內容	下列哪個選項的面積大約是 450 平方公分？ ① 數學課本 ② 教室 ③ 操場 ④ 50 元錢幣		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.44	0.23	0.70
2	0.30	0.33	0.22
3	0.20	0.34	0.06
4	0.03	0.05	0.01
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.44	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.44，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 44%，顯示近五成的學生已掌握面積單位「平方公分」的量感。</p> <p>(3)有 30%的學生選擇選項 2(低分組有 33%)，有 20%的學生選擇選項 3(低分組有 34%)，這些學生可能無法掌握「平方公尺」和「平方公分」的量感，沒有以「1 平方公分」或「1 平方公尺」為單位進行實測的經驗。</p> <p>(4)只有 3%的學生選擇選項 4(低分組有 5%)，這些學生可能無法掌握「平方公分」的量感，直觀的認為 50 元硬幣很小，不可能用 450 這麼大的數字來描述。</p> <p>(5)三年級試卷有兩題類似的問題： 一題是詢問老師的身高，一題是詢問爸爸的體重，詢問老師身高的通過率為 91%，詢問爸爸體重的通過率為 81%，而本題的通過率只有 46%，可能的原因如下： ①身高幾公分與體重幾公斤是學生日常生活中經常接觸到的問題，學生可能因為熟悉情境而答對，不是因為有公分或公斤的量感或實測經驗而答對。</p>		

	<p>②學生可能有以 1 公分為單位的實測經驗，但是沒有以 1 公斤為單位的實測經驗，所以身高問題的通過率比體重問題的通過率高 10%。</p> <p>③學生沒有以 1 平方公分為單位的實測經驗，且日常生活中較少接觸到描述面積是幾平方公分的問題，所以本題的通過率偏低。建議教師多提供學生以 1 平方公分為單位的實測經驗。</p> <p>◎老師的身高是 168()，請問()內填入哪個長度單位最適合？ ① 毫米 ② 公分 ③ 公尺 ④ 公斤</p> <p>◎爸爸的體重大約是多少公斤？ ① 7 公斤 ② 70 公斤 ③ 700 公斤 ④ 7000 公斤</p>
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-18：能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。</p> <p>評量重點： 4-n-17：能認識面積單位「平方公尺」，及「平方公分」、「平方公尺」間的關係，並作相關計算。</p> <p>延伸的知識： 5-n-17：能認識面積單位「公畝」、「公頃」、「平方公里」及其關係，並作相關計算。</p>
補救教學建議	<p>(一)長度、面積、容量、體積、角度、重量這六種感官量中，估測哪些量比較準？為什麼這些量比較容易估測？跳繩、走廊、萬里長城及細菌的長度中，估測哪些量比較準？為什麼很長或很短的情境都不容易估測？能進行有效率的估測，要有哪些先備能力？</p> <p>測量是將單位量數值化的結果，因此掌握的單位量感愈多，愈容易描述測量的結果，當我們能夠掌握 1 公分的量感，就能透過 1 公分累積的次數，描述鉛筆大約長多少公分。透過 1 公分的累積次數描述走廊有多長很困難，因為累積的次數太多，如果我們能夠掌握 1 公尺的量感，就能透過 1 公尺累積的次數，描述走廊大約長幾公尺。</p> <p>當學生知道拇指和食指間的寬度是 7 公分(1 掬)，就能以 1 掬為單位量，測量黑板的長度，例如 40 個 1 掬接起來和黑板一樣長，黑板的長度就是 40 個 1 掬，也就是 $40 \times 7 = 280$ 公分。用</p>

1 呎為單位量測量教室的周長太麻煩，當學生也知道伸直雙手的長度是 1.5 公尺，就能以伸直雙手的長度為單位量，測量教室的周長，例如 30 個伸直雙手的長度接起來和教室的周長一樣長，教室的周長就是 $1.5 \times 30 = 45$ 公尺。

(二)教師應多提供學生以「1 公分」及「1 公尺」為單位的實測活動，例如以「1 公分」為單位來測量，知道鉛筆大約和 8 個「1 公分」接起來一樣長，所以鉛筆的長度是 8 公分；以「1 公尺」為單位來測量，教室外走廊的長大約和 12 個「1 公尺」接起來一樣長，所以教室外走廊的長是 12 公尺。

教師不宜只要求學生用直尺測量物長，用直尺測量物長時，學生會將注意力放在被測量物兩邊端點在直尺上的刻度，不易建立長度的量感。

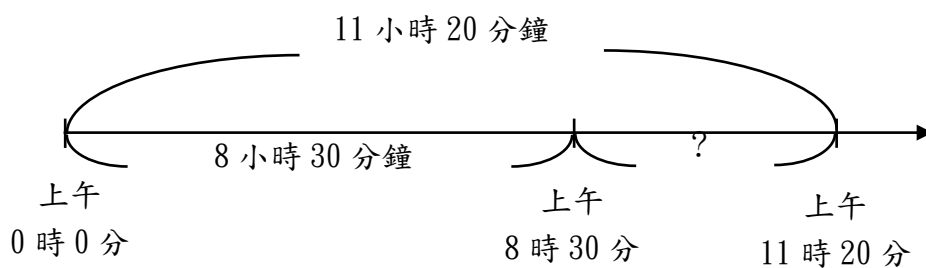
題號	30		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。		
試題內容	園遊會共進行 5 小時 40 分鐘，下午 1 時 25 分結束，何時開始？ ① 下午 7 時 5 分 ② 上午 4 時 15 分 ③ 上午 7 時 45 分 ④ 上午 9 時 45 分		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.10	0.18	0.03
2	0.17	0.33	0.03
3*	0.61	0.29	0.90
4	0.09	0.16	0.04
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.61	鑑別度	0.61
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.61，試題品質良好；通過率為 0.61，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 61%，顯示超過六成的學生已經具備解決甲時刻在某時間量之前是什麼時刻問題的能力。</p> <p>(3)有 10%的學生選擇選項 1(低分組有 18%)，17%的學生選擇選項 2(低分組有 33%)，這些學生可能不具備甲時刻在某時間量之前是什麼時刻問題解題的能力，也不理解 12 時制和 24 時制的意義，直接將題目給定的兩個時刻相加或相減。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>評量重點： 4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p> <p>延伸的知識： 5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)四年級時間的加減包含下列類型：</p> <p>(1)時間量的加減： 3 小時 10 分鐘和 2 小時 30 分鐘合起來是多少小時多少分鐘。</p> <p>(2)時刻及時間的加減： 兩時刻間經過多少時間(3 時 5 分到 3 時 8 分經過多少時間)。</p>		

甲時刻經過某時間量後是什麼時刻(3時5分，經過5分鐘後是什麼時刻)。

甲時刻在某時間量之前是什麼時刻(3時5分，5分鐘前是什麼時刻)。

(二)透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。

以「上午8時30分到上午11時20分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透過時間數線，將「上午8時30分」解讀為和上午0時0分的距離是「8小時30分鐘」，將「上午11時20分」解讀為和上午0時0分的距離是「11小時20分鐘」，利用「11小時20分鐘-8小時30分鐘=2小時50分鐘」，就能得到經過2小時50分鐘的答案。



題號	31		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。		
試題內容	$25 + 15 \div 5 = \text{甲}$ ， $20 - (5 \times 3) = \text{乙}$ 。請問下列敘述何者正確？ ① 甲=28，乙=5 ② 甲=28，乙=45 ③ 甲=8，乙=5 ④ 甲=8，乙=45		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.58	0.37	0.79
2	0.05	0.14	0.00
3	0.30	0.35	0.20
4	0.04	0.11	0.00
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.58	鑑別度	0.42
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.42，試題品質良好；通過率為 0.58，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 58%，顯示近六成的學生已掌握「先乘除後加減」及「括號先算」運算次序的約定。</p> <p>(3)有 30%的學生選擇選項 3(低分組有 35%)，這些學生可能無法掌握「先乘除後加減」運算次序的約定，但是已掌握「括號先算」運算次序的約定。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-03：能熟練整數四則混合計算。</p>		
補救教學建議	(一)在「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」這三個運算		

次序的約定中，「括號先算」是第一優先執行的約定，建議教師在引入併式紀錄時，應要求學生使用小括號區分先算的部份，為以後引入四則混合計算問題鋪路。

- (二)對四年級學生而言，先乘除後加減的計算問題最困難，括號先算的計算問題比較簡單，建議教師透過比較下列兩個算式運算結果的方式，幫助學生理解先乘除後加減的意義。

$$5 + (3 \times 4) = 5 + 12$$

$$= 17$$

(算式一)

$$5 + 3 \times 4 = 5 + 12$$

$$= 17$$

(算式二)

- (三)「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：

- (1)括號的部份要先算，簡稱為「括號先算」。
- (2)當沒有括號的時候，如果「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都存在時，要先計算乘和除的部份，簡稱為「先乘除後加減」。
- (3)當要計算乘和除的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算，合併簡稱為「由左往右算」。

題號	32		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。		
試題內容	<p>2 公尺 30 公分 + 7100 公分 = 甲公尺乙公分</p> <p>2 公斤 30 公克 + 7100 公克 = 丙公斤丁公克</p> <p>請問下列敘述何者正確？</p> <p>① 甲 = 73，乙 = 30，丙 = 73，丁 = 30</p> <p>② 甲 = 9，乙 = 130，丙 = 9，丁 = 130</p> <p>③ 甲 = 73，乙 = 30，丙 = 9，丁 = 130</p> <p>④ 甲 = 9，乙 = 130，丙 = 73，丁 = 30</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.18	0.21	0.17
2	0.43	0.36	0.31
3*	0.27	0.18	0.48
4	0.09	0.18	0.03
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.27	鑑別度	0.30
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.30，試題品質尚可；通過率為 0.27，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 27%，顯示近三成的學生已經具備重量及長度情境化聚及複名數加減的計算能力。</p> <p>(3)有 18%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能誤認為 1 公斤 = 100 公克。</p> <p>(4)有 43%的學生選擇選項 2(低分組有 36%)，這些學生可能誤認為 1 公斤 = 100 公克。</p> <p>(5)有 9%的學生選擇選項 4(低分組有 18%)，這些學生可能誤認為 1 公斤 = 100 公克。</p> <p>(6)本題通過率偏低的原因，除了學生必須解兩題計算題之外，主要的原因是 1 公尺 = 100 公分，1 公斤 = 1000 公克，學生常混淆或記錯單位換算的關係。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的</p>		

	<p>實測、估測與計算。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-16：能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「38+25」、「3小時40分鐘+2小時50分鐘」、「3公尺60公分+5公尺80公分」、「3公斤460公克+5公斤860公克」、「13公升780毫公升+23公升380毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10個①聚成1個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60個1分鐘聚成1小時)，長度的加法是逢一百進一(100個1公分聚成1公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000個1公克或毫公升聚成1公斤或1公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。</p> <p>(二)常用單位</p> <p>以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名稱，例如km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。</p> <p>以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為1000以內的數量都是可以掌握的，因此13個「1米」稱為13米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將13米稱為1「十米」3「米」；278個「1米」稱為278米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將278米稱為2「百米」7「十米」8「米」。當「1米」的個數超過1000個時，才需要引入新的單位「千米」，並將2465個「1米」稱為2「千米」465「米」。</p> <p>公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、「奈米」，其中「千米」是「米」的1000倍，「米」是「毫米」的1000倍、「毫米」是「微米」的1000倍、「微米」是「奈米」的1000倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足1000倍的關係。</p> <p>轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是</p>

	<p>「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。</p> <p>引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的 1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入公合(分公升)等單位，其中 1 公尺=100 公分、1 公分=10 公厘，1 公升=10 公合。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和公厘，以及公合和公升的倍數關係，就可以掌握國小接段所有不同單位間的倍數關係。</p>
--	---

題號	33		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。		
試題內容	<p>一瓶汽水 5 公升，<u>小明</u>將 7 瓶汽水全部平分給 5 個人，請問每個人分到多少汽水？</p> <p>① $\frac{7}{5}$ 瓶 ② $\frac{5}{7}$ 瓶 ③ $\frac{7}{5}$ 公升 ④ $\frac{5}{7}$ 公升</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.29	0.19	0.49
2	0.27	0.31	0.17
3	0.23	0.23	0.23
4	0.16	0.21	0.09
未作答	0.04	0.00	0.00
通過率	0.29	鑑別度	0.29
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.29，試題品質尚可；通過率為 0.29，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 29%，顯示有三成的學生已具備解決等分除情境整數相除且商是分數問題的能力。</p> <p>(3)有 27%的學生選擇選項 2(低分組有 31%)，這些學生可能不具備解決等分除情境整數相除且商是分數問題的能力；也可能誤認為分數一定比 1 小。</p> <p>(4)有 23%的學生選擇選項 3(低分組有 23%，高分組有 23%)，有 16%的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能不理解題意；也可能不具備解決等分除情境整數相除且商是分數問題的能力，將題目先出現的兩個數字相除得到答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>評量重點： 4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>延伸的知識： 5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。 6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。</p>		

補救教學
建議

(一)教師應要求學生確定題目待答的單位為何。本題待答的單位是多少袋，應將注意力放在「將1瓶果汁全部平分給5人，每人可分得多少瓶？」上。

(二)以等分除問題「5公升果汁，平分裝成3瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。

第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是0的舊經驗

$$5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$$

$$\text{答：每瓶裝 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿1公升來分)

$$1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成3份，其中1份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$$

$$5 \text{ 公升是 } 5 \text{ 個 } 1 \text{ 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}),$$

$$\text{答：每瓶裝 } \frac{5}{3} \text{ 公升}$$

當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除

法算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」把問題和答案記下來，並說明以後再遇

到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$

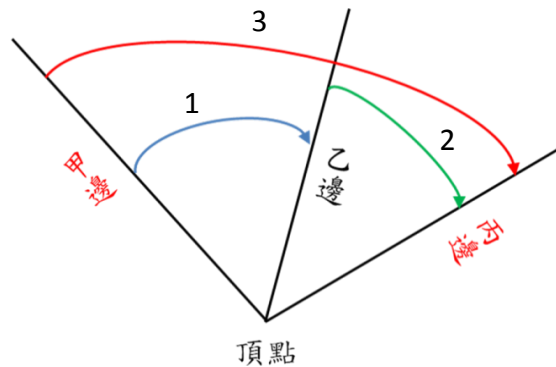
」算出答案。

題號	34		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。		
試題內容	時針1小時旋轉甲度，分針1小時旋轉乙度，請問乙÷甲＝？ ① 1 ② 10 ③ 12 ④ 60		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.25	0.24	0.19
2	0.11	0.16	0.06
3*	0.34	0.18	0.61
4	0.26	0.36	0.12
未作答	0.04	0.00	0.00
通過率	0.34	鑑別度	0.44
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.44，試題品質良好；通過率為0.34，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項3，通過率為34%，顯示近四成的學生已掌握圓周角的意義。</p> <p>(3)有25%的學生選擇選項1(低分組有24%，高分組有19%)，這些學生可能誤解題意，誤認為時針及分針1小時旋轉的角度都相同。</p> <p>(4)有26%的學生選擇選項4(低分組有36%)，這些學生可能誤解題意，誤認為1小時=60分鐘，所以分針旋轉角度除以時針旋轉角度的商也是60。</p> <p>(4)有11%的學生選擇選項2(低分組有16%)，這些學生可能誤解題意，誤認為1小時=10分鐘，所以分針旋轉角度除以時針旋轉角度的商也是10。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-17：能認識角，並比較角的大小。(同3-s-04)</p> <p>評量重點： 4-s-05：能理解旋轉角（包括平角和周角）的意義。</p> <p>延伸的知識： 5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。</p>		
補救教學建議	(一)教師可以利用合成兩次旋轉及一次旋轉的比較活動，幫助學生理解可以用加法算式記錄角度合成結果，以及減法算式記錄角度分解結果的意義。		

例如先進行兩次旋轉的活動，第一次由甲邊順時針方向旋轉至乙邊，用 $\angle 1$ 記錄旋轉的結果；第二次由乙邊順時針方向旋轉至丙邊，用 $\angle 2$ 記錄旋轉的結果，用 $\angle 1 + \angle 2$ 記錄這兩次旋轉活動合成的結果。

再進行一次旋轉的活動，由甲邊直接順時針旋轉至丙邊，用 $\angle 3$ 記錄旋轉的結果。

透過比較「 $\angle 1 + \angle 2$ 」和「 $\angle 3$ 」，幫助學生發現，它們的始邊、終邊、旋轉方向和旋轉大小都相同，是相等的旋轉角，可以記成 $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3$ 。



(二)分針1小時旋轉1圈，旋轉1圈是一個周角，也就是旋轉了360度，所以分針1小時旋轉360度。

分針1分鐘旋轉1小格，1圈有60小格， $360 \div 60 = 6$ ，所以分針1分鐘旋轉了6度。

時針1小時旋轉1大格，1圈有12大格， $360 \div 12 = 30$ ，所以時針1小時旋轉了30度。

花蓮縣五年級學生數學成就試題表現現況分析

資料來源：

花蓮縣國民中小學教育長期資料庫

107 學年度五年級數學領域學生基本能力檢核試卷

分析者：

國立臺南大學 謝堅老師

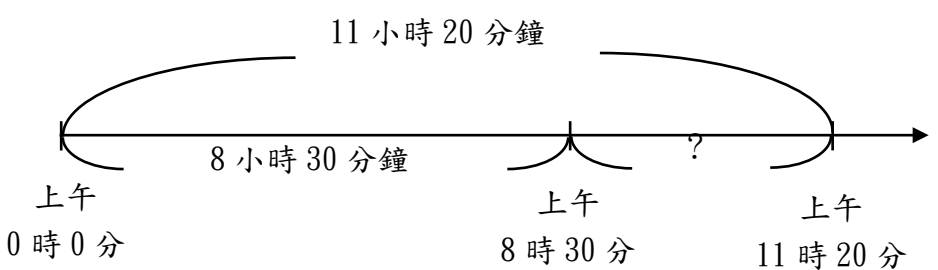
題號	1		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。		
試題內容	$25 + 15 \div 5 = \text{甲}$ ， $20 - (5 \times 3) = \text{乙}$ 。請問下列敘述何者正確？ ① 甲=28，乙=5 ② 甲=28，乙=45 ③ 甲=8，乙=5 ④ 甲=8，乙=45		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.70	0.41	0.91
2	0.02	0.06	0.00
3	0.27	0.50	0.09
4	0.01	0.02	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.70	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.50，試題品質良好；通過率為 0.70，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 70%，顯示超過七成的學生已掌握「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。</p> <p>(3)本題是四、五年級共同試題，四年級的通過率為 58%(高分組 79%、低分組 37%)，五年級的通過率為 70%(高分組 91%、低分組 41%)，五年級的通過率比四年級高了 12%。可能的原因如下：</p> <p>①五年級學生有比較多四則混合計算的解題經驗。</p> <p>②「括號先算」、「由左往右算」及「先乘除後加減」是運算次序的約定，不是數學概念，學生只要有足夠的解題經驗，就能掌握這些人為的約定。</p> <p>③五年級高分組學生的通過率比四年級高分組學生高了 12%，五年級低分組學生的通過率比四年級低分組學生高了 4%，而整體學生的通過率高了 12%，顯示低分組學生掌握這些人為約定的能力比較差。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 3-n-03：能用併式記錄加減兩步驟的問題。</p> <p>評量重點： 4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p> <p>延伸的知識：</p>		

	5-n-03：能熟練整數四則混合計算。
補救教學 建議	<p>(一)在「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」這三個運算次序的約定中，「括號先算」是第一優先執行的約定，建議教師在引入併式紀錄時，應要求學生使用小括號區分先算的部份，為以後引入四則混合計算問題鋪路。</p> <p>(二)對四年級學生而言，先乘除後加減的計算問題最困難，括號先算的計算問題比較簡單，建議教師透過比較下列兩個算式運算結果的方式，幫助學生理解先乘除後加減的意義。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin: 20px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> $5 + (3 \times 4) = 5 + 12$ $= 17$ <p>(算式一)</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;"> $5 + 3 \times 4 = 5 + 12$ $= 17$ <p>(算式二)</p> </div> </div> <p>(三)「括號先算」、「先乘除後加減」、「由左往右算」都是摘要的說法，它們不是三個獨立的口訣，它們之間有先後運算的關係，多步驟問題運算次序的約定如下：</p> <p>(1)括號的部份要先算，簡稱為「括號先算」。</p> <p>(2)當沒有括號的時候，如果「加、減」和「乘、除」這兩類運算符號都存在時，要先計算乘和除的部份，簡稱為「先乘除後加減」。</p> <p>(3)當要計算乘和除的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算；當乘除都算完，只剩下加和減的部份，而沒有括號時，要由最左邊開始往右邊依序計算，合併簡稱為「由左往右算」。</p>

題號	2		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。		
試題內容	<p>一瓶汽水 5 公升，<u>小明</u>將 7 瓶汽水全部平分給 5 個人，請問每個人分到多少汽水？</p> <p>① $\frac{7}{5}$ 瓶 ② $\frac{5}{7}$ 瓶 ③ $\frac{7}{5}$ 公升 ④ $\frac{5}{7}$ 公升</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.39	0.20	0.65
2	0.25	0.37	0.12
3	0.22	0.19	0.18
4	0.14	0.22	0.05
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.39	鑑別度	0.45
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.45，試題品質良好；通過率為 0.39，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 39%，顯示近四成的學生已具備解決等分除情境整數相除且商是分數問題的能力。</p> <p>(3)本題是四、五年級共同試題，四年級的通過率為 29%(高分組 49%、低分組 19%)，五年級的通過率為 39%(高分組 65%、低分組 20%)，四年級的通過率比三年級高了 10%。可能的原因如下：</p> <p>①五年級學生解整數乘以分數的問題時，等分除情境整數相除且商是分數問題是先備的知識，學生多了一些解題的經驗。</p> <p>②五年級高分組學生的通過率比四年級高分組學生高了 16%，五年級低分組學生的通過率比四年級低分組學生高了 1%，而整體學生的通過率高了 10%，顯示高分組學生進步率最大，中間程度學生進步率較低。</p> <p>③建議教師幫助學生重新建立正確的分數概念，否則低分組學生會放棄分數的學習。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>3-n-11：能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。</p> <p>評量重點：</p>		

	<p>4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p> <p>6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)教師應要求學生確定題目待答的單位為何。本題待答的單位是多少袋，應將注意力放在「將1瓶果汁全部平分給5人，每人可分得多少瓶？」上。</p> <p>(二)以等分除問題「5公升果汁，平分裝成3瓶，全部裝完，每瓶裝幾公升？」為例，可以有兩種解題的策略，建議教師必須引入第二種解題策略，幫助學生擴展分數的意義。</p> <p>第一種：回到整數除以整數，商數是整數，餘數是0的舊經驗</p> $5 \text{ 公升} = \frac{15}{3} \text{ 公升} (15 \text{ 個 } \frac{1}{3}), 15 \div 3 = 5 (5 \text{ 個 } \frac{1}{3} \text{ 公升}),$ <p>答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升</p> <p>第二種：回到分數命名的舊經驗(每次拿1公升來分)</p> $1 \div 3 = \frac{1}{3} (1 \text{ 公升果汁平分成3份, 其中1份是 } \frac{1}{3} \text{ 公升})$ $5 \text{ 公升是 } 5 \text{ 個 } 1 \text{ 公升} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3} (\text{公升}),$ <p>答：每瓶裝 $\frac{5}{3}$ 公升</p> <p>當學生有一些解題成功的經驗後，應要求學生用沒有餘數的除法算式「$5 \div 3 = \frac{5}{3}$」把問題和答案記下來，並說明以後再遇到這個問題時，可以直接利用整數除以整數的算式「$5 \div 3 = \frac{5}{3}$」算出答案。</p>

題號	3		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。		
試題內容	園遊會共進行 5 小時 40 分鐘，下午 1 時 25 分結束，何時開始？ ① 下午 7 時 5 分 ② 上午 4 時 15 分 ③ 上午 7 時 45 分 ④ 上午 9 時 45 分		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.14	0.04
2	0.11	0.28	0.00
3*	0.74	0.42	0.94
4	0.06	0.12	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.74	鑑別度	0.51
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.51，試題品質良好；通過率為 0.74，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 74%，顯示近八成的學生已經具備解決甲時刻在某時間量之前是什麼時刻問題的能力。 (3)本題是四、五年級共同試題，四年級的通過率為 61%(高分組 90%、低分組 29%)，五年級的通過率為 74%(高分組 94%、低分組 42%)，五年級的通過率比四年級高了 13%，低分組學生高了 13%。可能的原因如下： ①107 年有類似的問題，五年級的通過率比四年級低了 6%，108 年五年級的通過率比四年級高了 13%，不知道是否與五年級老師幫助學生複習有關。 (4)107 年也有類似的四、五年級共同試題，五年級的通過率比四年級低了 6%(高分組低了 1%、低分組低了 10%)。 ◎107 年試題：四年級通過率 78%(高分組 97%、低分組 45%)，五年級通過率 72%(高分組 96%、低分組 35%)，媽媽上午 9 時 20 分出門買東西，一直到下午 2 時 10 分才回家，媽媽出門共經過多少時間？ ① 2 小時 50 分鐘 ② 4 小時 50 分鐘 ③ 7 小時 10 分鐘 ④ 11 小時 30 分鐘		
教材地位	先備的知識：		

分析	<p>3-n-13：能認識時間單位「日」、「時」、「分」、「秒」及其間的關係，並做同單位時間量及時、分複名數的加減計算(不進、退位)。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。</p>
補救教學建議	<p>(一)四年級時間的加減包含下列類型：</p> <p>(1)時間量的加減： 3 小時 10 分鐘和 2 小時 30 分鐘合起來是多少小時多少分鐘。</p> <p>(2)時刻及時間的加減： 兩時刻間經過多少時間(3 時 5 分到 3 時 8 分經過多少時間)。 甲時刻經過某時間量後是什麼時刻(3 時 5 分，經過 5 分鐘後是什麼時刻)。 甲時刻在某時間量之前是什麼時刻(3 時 5 分，5 分鐘前是什麼時刻)。</p> <p>(二)透過時間數線，幫助學生利用加減算式解決時刻及時間的加減問題。</p> <p>以「上午 8 時 30 分到上午 11 時 20 分，經過幾小時幾分鐘？」為例，可以透過時間數線，將「上午 8 時 30 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「8 小時 30 分鐘」，將「上午 11 時 20 分」解讀為和上午 0 時 0 分的距離是「11 小時 20 分鐘」，利用「11 小時 20 分鐘 - 8 小時 30 分鐘 = 2 小時 50 分鐘」，就能得到經過 2 小時 50 分鐘的答案。</p> 

題號	4		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。		
試題內容	<p>2 公尺 30 公分 + 7100 公分 = 甲公尺乙公分</p> <p>2 公斤 30 公克 + 7100 公克 = 丙公斤丁公克</p> <p>請問下列敘述何者正確？</p> <p>① 甲 = 73，乙 = 30，丙 = 73，丁 = 30</p> <p>② 甲 = 9，乙 = 130，丙 = 9，丁 = 130</p> <p>③ 甲 = 73，乙 = 30，丙 = 9，丁 = 130</p> <p>④ 甲 = 9，乙 = 130，丙 = 73，丁 = 30</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.24	0.25	0.15
2	0.27	0.38	0.11
3*	0.42	0.20	0.72
4	0.06	0.15	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.42	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.42，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已經具備重量及長度情境化聚及複名數加減的計算能力。</p> <p>(3)本題是四、五年級共同試題，四年級的通過率為 27%(高分組 48%、低分組 18%)，五年級的通過率為 42%(高分組 72%、低分組 20%)，五年級的通過率比四年級高了 15%。可能的原因如下：</p> <p>①五年級學生有較多不同單位複名數加減解題的經驗，已經熟記 1 公尺 = 100 公分，1 公斤 = 1000 公克。</p> <p>②五年級高分組學生的通過率比四年級高分組學生高了 24%，五年級低分組學生的通過率比四年級低分組學生高了 2%，而整體學生的通過率高了 15%，顯示高分組學生進步率最大，中間程度學生進步率較低，而低分組學生只有進步 2%。可能的原因是高分組學生比較容易觀察到不同單位間化聚的關係，而低分組學生可能片斷的記憶教學範圍單位的關係，過一</p>		

	<p>段時間就忘記了。</p> <p>③建議教師參閱下面常用單位的說明，幫助學生掌握不同單位間化聚的關係。</p>
教材地位 分析	<p>先備的知識：</p> <p>3-n-16：能認識重量單位「公斤」、「公克」及其關係，並作相關的實測、估測與計算。</p> <p>評量重點：</p> <p>4-n-14：能以複名數解決量(長度、容量、重量)的計算問題。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-16：能認識重量單位「公噸」及「公噸」、「公斤」間的關係，並做相關計算。</p>
補救教學 建議	<p>(一)二位數加減二位數的加減問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減問題，它們的運算方式都相同，例如「38+25」、「3小時40分鐘+2小時50分鐘」、「3公尺60公分+5公尺80公分」、「3公斤460公克+5公斤860公克」、「13公升780毫公升+23公升380毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10個①聚成1個⑩)。例子中時間的加法是逢六十進一(60個1分鐘聚成1小時)，長度的加法是逢一百進一(100個1公分聚成1公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000個1公克或毫公升聚成1公斤或1公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視為相同的解題方式。</p> <p>(二)常用單位</p> <p>以長度的單位為例，我國每十倍就有一個單位的名稱，例如公里、公引、公丈、公尺、公寸、公分、公厘都是長度的單位；公制單位每十倍也有一個單位的名稱，例如km(千米)、hm(百米)、dam(十米)、m(米)、dm(分米)、cm(厘米)、mm(毫米)等都是長度的單位，但是日常生活中，並不需要用到這麼多的單位。</p> <p>以公制長度的基本單位「米」為例，西方人認為1000以內的數量都是可以掌握的，因此13個「1米」稱為13米即可，並不需要引入新的單位「十米」，將13米稱為1「十米」3「米」；278個「1米」稱為278米即可，並不需要引入新的單位「百米」和「十米」，將278米稱為2「百米」7「十米」8「米」。當「1米」的個數超過1000個時，才需要引入新的單位「千米」，並將2465個「1米」稱為2「千米」465「米」。</p> <p>公制單位是西方人發明的，延伸西方人三位一撇的概念，在長度單位中，經常使用的單位是「千米」、「米」、「毫米」、「微米」、</p>

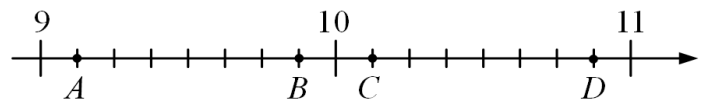
「奈米」，其中「千米」是「米」的 1000 倍，「米」是「毫米」的 1000 倍、「毫米」是「微米」的 1000 倍、「微米」是「奈米」的 1000 倍，也就是說，經常使用的單位間都滿足 1000 倍的關係。

轉換成我們熟悉的單位，日常生活中經常使用的長度單位是「公里」、「公尺」、「公分」、「公厘」，重量單位是「公噸」、「公斤」、「公克」，容量單位是「公秉」、「公升」、「公撮」，如果將公分拿走，相鄰兩個單位間都是 1000 倍的關係。

引入換單位概念時，應該先引入兩單位間的 10 倍關係，再引入兩單位間的 100 倍關係，最後才引入兩單位間的 1000 倍關係，因此國小數學教材，除了出現上面這些常用的單位外，還要引入公合(分公升)等單位，其中 1 公尺=100 公分、1 公分=10 公厘，1 公升=10 公合。換句話說，只要能掌握三位一撇的概念，再記憶公分和公尺、公分和公厘，以及公合和公升的倍數關係，就可以掌握國小接段所有不同單位間的倍數關係。

題號	5		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。		
試題內容	<p>下列是甲、乙和丙三人對等腰直角三角形的說法？</p> <p>甲說：只有兩條邊一樣長</p> <p>乙說：只有兩個角一樣大</p> <p>丙說：最大的角是直角</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 甲和乙 ② 甲和丙 ③ 乙和丙 ④ 三人都正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.34	0.41	0.23
2	0.15	0.22	0.06
3	0.09	0.14	0.04
4*	0.42	0.20	0.66
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.42	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.42，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 42%，顯示超過四成的學生已經認識等腰直角三角形。</p> <p>(3)本題是四、五年級共同試題，四年級的通過率為 45%(高分組 71%、低分組 24%)，五年級的通過率為 42%(高分組 66%、低分組 20%)，五年級的通過率比四年級低了 3%。可能的原因如下：</p> <p>① 國小學生較無法掌握等腰直角三角形的定義，較能掌握等腰梯形的定義，可能的原因是教師常透過「是等腰三角形又是直角三角形」的方式引入等腰直角三角形，國小學生不理解兩種圖形交集的意義；而教師可能透過「在梯形中找到等腰梯形」的方式引入等腰梯形，國小學生較能理解其意義。</p> <p>② 五年級高分組學生的通過率比四年級高分組學生低了 5%，五年級低分組學生的通過率比四年級低分組學生低了 4%，而整體學生的通過率低了 3%，顯示五年級學生通過率都退步。</p> <p>③ 建議教師參閱補救教學的建議，幫助學生掌握等腰直角三角形</p>		

	的意義。
教材地位 分析	<p>先備的知識： 3-s-04：能認識角，並比較角的大小。(同 3-n-17)</p> <p>評量重點： 4-s-01：能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。</p> <p>延伸的知識： 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>
補救教學 建議	<p>(一)有兩種幫助學生澄清等腰直角三角形意義的教學方式：</p> <p>(1)利用扣條做等腰直角三角形，例如先做出等長的兩邊，也就是先滿足等腰三角形的條件，再透過旋轉扣條讓兩邊的夾角是直角之後，再圍成一個三角形，這個三角形會同時滿足等腰及直角兩個條件，所以是等腰直角三角形。</p> <p>(2)利用三角板畫出直角，再利用圓規畫出等長的兩邊，最後連成一個三角形，這種畫法比較容易畫出等腰直角三角形。這個畫出來三角形會同時滿足直角及等腰兩個條件，所以是等腰直角三角形。</p> <p>當學生有一些用扣條做等腰直角三角形，以及畫等腰直角三角形的經驗後，較能夠同時掌握等腰直角三角形滿足「兩邊相等」及「一個角為直角」關係的意義。</p>

題號	6		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。		
試題內容	<p>下面數線上的哪一個點代表$10\frac{1}{8}$？</p>  <p>① A ② B ③ C ④ D</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.01	0.03	0.00
2	0.02	0.05	0.00
3*	0.87	0.68	0.98
4	0.10	0.23	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.87	鑑別度	0.30
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.30，試題品質尚可；通過率為 0.87，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 87%，顯示近九成的學生已能將分數標記在數線上。</p> <p>(3)有 10%的學生選擇選項 4(低分組有 23%)，這些學生可解無法將分數標記在數線上。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-10：能將簡單分數標記在數線上。</p> <p>評量重點： 5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。</p>		
補救教學建議	<p>(一)三年級(3-n-09)的教學重點是教師繪製數線，學生能將整數及一位小數標示在數線上。</p> <p>四年級(4-n-10)的教學重點是教師繪製數線，學生能將簡單分數標示在數線上。</p> <p>五年級(5-n-13)的教學重點是學生自製數線，並將分、小數標示在數線上。</p> <p>(二)教師可以透過下列方法幫助學生自製數線：</p> <p>(1)以 1 公分為單位，利用直尺上的公分刻度，幫助學生自行製作整數數線。</p> <p>(2)以 10 公分為 1 單位，1 公分為 0.1 單位，利用直尺上的公分刻</p>		

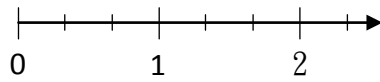
度，幫助學生自行製作一位小數數線。

(3)透過單位分數的累積，例如畫出3個 $\frac{1}{3}$ 為1單位，6個 $\frac{1}{3}$

為2單位等方式，幫助學生自行製作分數數線；不宜透過將1單位分割成3等份的方式，幫助學生自行製作分數數線，學生沒有將單位長度1分割成3等份的能力。

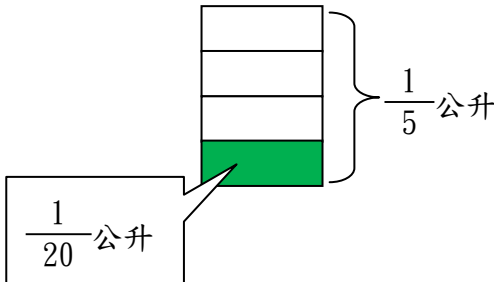


累積3個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成1



累積6個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成2

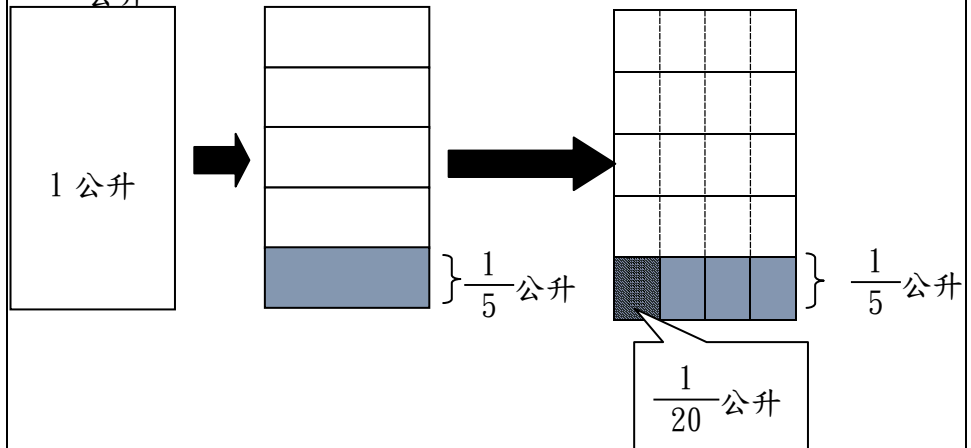
題號	7		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。		
試題內容	將 $1\frac{8}{12}$ 公斤的黏土，平分給4位學生，每位學生可分得多少公斤？ ① $1\frac{2}{12}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$		
選答率 選項	答題反應比率（*表正確答案）		
	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.19	0.01
2*	0.73	0.45	0.95
3	0.11	0.18	0.03
4	0.06	0.15	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.73	鑑別度	0.50
試題品質 分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.50，試題品質良好；通過率為 0.73，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 73%，顯示七成五的學生已具備解決分數除以整數問題的能力。</p> <p>(3)有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 19%)，這些學生可能不具備分數除以整數問題的能力；也可能已具備分數除以整數問題的能力，但是不理解帶分數的意義，沒有處理整數部份，只將分數的部份除以 4。學生可能的算法如下：</p> $1\frac{8}{12} \div 4 = 1(\frac{8}{12} \div 4) = 1\frac{2}{12}。$ <p>(4)有 11%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，這些學生可能不具備分數除以整數問題的能力，將帶分數轉換成假分數後，分子和分母同時除以 4。學生可能的算法如下：</p> $1\frac{8}{12} = \frac{20}{12}，\frac{20}{12} \div 4 = \frac{20 \div 4}{12 \div 4} = \frac{5}{3}。$		

教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>評量重點：</p> <p>5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。</p>
補救教學建議	<p>(一)以「將 $\frac{1}{5}$ 公升漂白水全部平分成 4 杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>教師不宜先畫出一個長方形代表 $\frac{1}{5}$ 公升，再將長方形平分成 4 份，透過算式「$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$ (公升)」說明其中的 1 份是 $\frac{1}{20}$ 公升，因為在圖中看不到 $\frac{1}{20}$ 公升。</p>  <p>教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表 1 公升，再將 1 公升平分成 5 大份，得到其中的 1 大份是 $\frac{1}{5}$ 公升。</p> <p>再將 $\frac{1}{5}$ 公升平分成 4 小份，因為看不到 1 小份和 1 公升的關</p>

係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成 20(5×4)小份，並透過算式

$$\left[\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} \text{ (公升)} \right], \text{ 說明其中的 1 小份是 } \frac{1}{20}$$

公升。



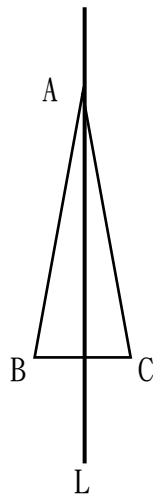
題號	8		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-02：能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。		
試題內容	<p>「小宜用 236 元買了 4 塊草莓蛋糕，135 元買了 3 塊橘子蛋糕，1 塊草莓蛋糕比 1 塊橘子蛋糕貴幾元？」下列哪個算式能算出正確答案？</p> <p>① $236 \div 4 + 135 \div 3$ ② $236 \div 4 - 135 \div 3$</p> <p>③ $135 \times 3 - 236 \div 4$ ④ $236 \times 4 - 135 \times 3$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.15	0.01
2*	0.79	0.50	0.97
3	0.03	0.09	0.00
4	0.11	0.24	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.79	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.79，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 79%，顯示超過八成的學生已具備整數情境連除兩次再減三步驟問題列式的能力。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能誤解題意，將除法問題解讀為乘法問題；也可能能夠解決三步驟問題，並用三個算式記錄解題過程，但無法將三個算式改記成一個併式。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p> <p>評量重點： 5-n-02：能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。</p> <p>延伸的知識： 6-n-05：能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。 6-n-08：能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)三步驟問題的教學順序如下：</p> <p>(1)能在具體情境中，解決三步驟問題。</p>		

	<p>(2)能用一個併式，記錄三步驟問題的解題活動，並認識「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。</p> <p>(3)能先列式，再用逐次減項的記法記錄三步驟問題的解題過程。</p> <p>(二)先讓學生有三步驟問題解題成功的經驗，再討論用併式記錄三步驟問題的解題活動；當學生有一些併式紀錄的經驗，再要求學生用併式列出三步驟問題的算式，並利用逐次減項的記法記錄解題活動。</p> <p>儘量要求學生以併式的方法思考與演算，這是代數列式的前置經驗。</p>
--	--

題號	9		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-s-04：能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。		
試題內容	下列哪一種四邊形可能 <u>不是</u> 線對稱圖形？ ① 長方形 ② 菱形 ③ 平行四邊形 ④ 正方形		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.05	0.11	0.02
2	0.19	0.30	0.09
3*	0.73	0.52	0.88
4	0.02	0.04	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.73	鑑別度	0.35
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.35，試題品質佳；通過率為 0.73，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 73%，顯示超過七成的學生已具備判斷簡單平面圖形是否為線對稱圖形的能力。 (3)有 19%的學生選擇選項 2(低分組有 30%)，這些學生可能不理解菱形的定義，無法判斷菱形是否為線對稱圖形；也可能只能判斷給定的圖形是否為線對稱圖形，無法判斷所有圖形所成的集合是否都是線對稱圖形。		
教材地位分析	先備的知識： 4-s-03：能認識平面圖形全等的意義。 評量重點： 5-s-04：能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。 延伸的知識： 6-s-02：能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。		
補救教學建議	(一)國小階段對稱圖形教學的重點是「判斷甲圖形是否為線稱圖形」，以及討論對稱圖形甲中對應點、對應邊及對應角等關係，教師不宜以「畫出甲圖形對 L 的對稱圖形」當作教學的重點。 教師可以先給定一些好看的圖形，要求學童將圖形對折，如果對折後折線兩邊的圖形完全重合，就稱該圖形是線對稱圖形，而折痕就是線對稱圖形的對稱軸。 以下圖為例，當學童確定下圖中的三角形是線對稱圖形，並找		

出對稱圖形的對稱軸 L 之後，就可以開始討論該對稱圖形的對稱關係。如果 B 點對折後會和 C 點重合，就稱 B 點對 L 的對應(稱)點是 C 點，也稱 B 、 C 兩點對稱於 L ；如果 AB 線段對折後會和 CD 線段重合，就稱 AB 邊對 L 的對應(稱)邊是 CD ，也稱 AB 、 CD 兩邊對稱於 L ；如果 $\angle B$ 對折後會和 $\angle C$ 重合，就稱 $\angle B$ 對 L 的對應(稱)角是 $\angle C$ ，也稱 $\angle B$ 和 $\angle C$ 兩角對稱於 L 。

教師們請注意，國小階段不引入點 A 對 L (對稱軸)的對稱點是點 B ，也不引入圖形甲對 L (對稱軸)的對稱圖形是圖形乙，國小階段討論的重點都是某個線對稱圖形，以及該線對稱圖形中的對應關係。



(2)透過計算與觀察讓學生發現「 1000×100 」、「 1000×1000 」這類式子中，被乘數、乘數、積的關連性（積中 0 的個數就是被乘數和乘數中 0 的數字總和）。

(3) $1600 \times 200 = ?$

1600 \Rightarrow 積後面加 2 個 0

200 \Rightarrow 積後面加 2 個 0

\Rightarrow 合起來，積後面加 4 個 0

$16 \times 2 = 32 \Rightarrow 1600 \times 200 = 320000$

題號	11		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-01：能熟練整數乘、除的直式計算。		
試題內容	25206÷24=甲…乙，甲是商，乙是餘數，請問下列敘述何者正確？ ① 甲=1050，乙=6 ② 甲=105，乙=6 ③ 甲=15，乙=6 ④ 甲=1，乙=1206		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.74	0.50	0.91
2	0.18	0.27	0.08
3	0.06	0.15	0.00
4	0.02	0.05	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.74	鑑別度	0.41
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.41，試題品質佳；通過率為 0.74，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 1，通過率為 74%，顯示有七成五的學生已能解決五位除以二位的除法計算問題。 (3)有 18%的學生選擇選項 2(低分組有 27%)，這些學生可能沒有位值的概念，將商 1050 誤記成 105。		
教材地位分析	先備的知識： 4-n-03：能熟練較大位數的乘除直式計算。 評量重點： 5-n-01：能熟練整數乘、除的直式計算。		
補救教學建議	(一)以「將 5974 元平分給 72 人，每人最多可以分到幾元，剩下多少元？」為例，說明整數除法直式算則解題的意義。 (1)有兩種解讀 5974 元的方法： 第一種是將 5974 分解成 5000+900+70+4 第二種是將 5974 分解成 5 個「千」、9 個「百」、7 個「十」和 4 個「一」。 第二種方法將 5974 解讀成四個單位的合成，概念上比較困難，但是會讓計算的數字變小，數學上透過第二種分解方法引入直式除法。 (2)將 5974 元分解成 5 張千元鈔票、9 張百元鈔票、7 枚十元硬幣和 4 個一元硬幣。		

5 張千元鈔票平分給 72 個人不夠分，都換成百元鈔票，5 張千元鈔票可以換 50 張百元鈔票，加上原有的 9 張百元鈔票，合起來有 59 張百元鈔票，59 張百元鈔票平分給 72 個人不夠分，再換成十元硬幣，59 張百元鈔票可以換成 590 枚十元硬幣，加上原有的 7 枚十元硬幣，合起來有 597 枚十元硬幣。

597 枚十元硬幣平分給 72 人，每人分到 8 枚十元硬幣，還剩下 21 枚十元硬幣，21 枚十元硬幣不夠分，再換成一元硬幣。

21 枚十元硬幣可以換成 210 個一元硬幣，加上原有的 4 個一元硬幣，合起來有 214 個一元硬幣，214 個一元硬幣平分給 72 個人，每個人分得 2 個一元硬幣，剩下 70 個一元硬幣。

合起來每個人分到 8 枚十元硬幣和 2 個一元硬幣，還剩下 70 個一元硬幣，也就是每人分到 82 元，剩下 70 元。

(3) 用直式將解題過程記錄下來，並說明每個步驟的意義，如果學生混淆不同單位平分的意義，教師可以在直式上方畫出定位板來說明。

82 ⇒ 8 個Ⓣ和 2 個①，合起來是 82

$72 \overline{) 5974}$ ⇒ 5974 分解成 5 個千、9 個百、7 個Ⓣ和 4 個①

$\underline{-576}$ ⇒ 每人分到 8 個Ⓣ，分掉了 576 個Ⓣ，剩下 21 個Ⓣ

214 ⇒ 21 個Ⓣ換成 210 個①，加上 4 個①，共 214 個①

$\underline{-144}$ ⇒ 每人分到 2 個①，分掉了 144 個①，剩下 70 個①

70 ⇒ 剩下 70 個①

題號	12		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-03：能熟練整數四則混合計算。		
試題內容	算算看， $30 - 4 \times 5 + 3 \times 2 = ?$ ① 266 ② 136 ③ 26 ④ 16		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.23	0.01
2	0.08	0.18	0.01
3	0.06	0.12	0.02
4*	0.76	0.44	0.97
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.76	鑑別度	0.54
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.54，試題品質良好；通過率為 0.76，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 4，通過率為 76%，顯示約八成的學生已能掌握「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。 (3)有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，這些學生可能無法掌握「先乘除後加減」運算次序的約定，由左往右算出答案。		
教材地位分析	先備的知識： 4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。 評量重點： 5-n-03：能熟練整數四則混合計算。		
補救教學建議	(一)教師應先復習兩步驟計算問題的運算次序，再引入三步驟計算問題的運算次序，等待學生熟悉這些問題的運算次序後，最後再引入四步驟的計算問題。 下面分別列出常見兩步驟、三步驟及四步驟計算問題的例子。 (1)兩步驟計算問題的例子： ①括號先算： 例如： $13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$ 例如： $7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$ ②先乘除後加減： 例如： $5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$ 例如： $12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$ ③由左往右算(只有加與減)： 例如： $12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$		

④由左往右算(只有乘與除)：

$$\text{例如：} 24 \div 3 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

(2)三步驟計算問題的例子：

①括號先算，再先乘除後加減：

$$\text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 = 13 + 8 \div 4 = 13 + 2 = 15$$

②括號先算，再由左往右算：

$$\text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 = 20 - 8 - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$\text{例如：} 40 \div (3 + 5) \times 3 = 40 \div 8 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

③先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 = 12 + 30 - 8 = 42 - 8 = 34$$

④先乘除後加減：

$$\text{例如：} 7 \times 8 - 80 \div 5 = 56 - 80 \div 5 = 56 - 16 = 40$$

⑤由左往右算：

$$\text{例如：} 50 - 18 - 20 + 7 = 32 - 20 + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$\text{例如：} 100 \div 5 \times 3 \div 2 = 20 \times 3 \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

(3)四步驟計算問題的例子：

①括號先算，再先乘除後加減，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 - 5 &= 13 + 8 \div 4 - 5 = 13 + 2 - 5 \\ &= 15 - 5 = 10 \end{aligned}$$

②括號先算，再先乘除後加減：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 13 \times 2 + (3 + 5) \div 4 &= 13 \times 2 + 8 \div 4 = 26 + 8 \div 4 \\ &= 26 + 2 = 28 \end{aligned}$$

③括號先算，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 + 5 &= 20 - 8 - 4 + 5 = 12 - 4 + 5 \\ &= 8 + 5 = 13 \end{aligned}$$

$$\text{例如：} 80 \div (3 + 5) \times 3 \div 5 = 80 \div 8 \times 3 \div 5 = 10 \times 3 \div 5 = 30 \div 5 = 6$$

④先乘除後加減，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 + 7 &= 12 + 30 - 8 + 7 = 42 - 8 + 7 \\ &= 34 + 7 = 41 \end{aligned}$$

⑤由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 50 - 18 - 20 + 7 + 10 &= 32 - 20 + 7 + 10 = 12 + 7 + 10 \\ &= 19 + 10 = 19 \end{aligned}$$

$$\text{例如：} 100 \div 5 \times 3 \div 2 \div 3 = 20 \times 3 \div 2 \div 3 = 60 \div 2 \div 3 = 30 \div 3 = 10$$

題號	13		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。		
試題內容	算算看，1 小時 20 分鐘 \times 20 = ? ① 20 小時 40 分鐘 ② 21 小時 20 分鐘 ③ 21 小時 40 分鐘 ④ 26 小時 40 分鐘		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.19	0.39	0.03
2	0.04	0.11	0.00
3	0.06	0.12	0.01
4*	0.70	0.35	0.95
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.70	鑑別度	0.60
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.60，試題品質良好；通過率為 0.70，試題難易度中偏難。 (2)本題正確答案為選項 4，通過率為 70%，顯示超過七成的學生已能解決複名數時間量整數倍的計算問題。 (3)有 19%的學生選擇選項 1(低分組有 39%)，這些學生可能算出 20 小時 40 分鐘的答案，但誤選擇了選項 1。		
教材地位分析	先備的知識： 4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。 評量重點： 5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。		
補救教學建議	(一)二位數加減二位數的加減(整數倍乘法)問題，與相鄰二階單位的時間、長度、重量、容量等加減(整數倍乘法)問題，它們的運算方式都相同，例如「38+25」、「3 小時 40 分鐘+2 小時 50 分鐘」、「3 公尺 60 公分+5 公尺 80 公分」、「3 公斤 460 公克+5 公斤 860 公克」、「13 公升 780 毫公升+23 公升 380 毫公升」等加法運算都相同，只是二位數的加法是逢十進一(10 個①聚成 1 個②)。例子中時間的加法是逢六十進一(60 個 1 分鐘聚成 1 小時)，長度的加法是逢一百進一(100 個 1 公分聚成 1 公尺)，重量及容量的加法都是逢一千進一(1000 個 1 公克或毫公升聚成 1 公斤或 1 公升)。教師可以幫助學生發現它們之間運算相同的關係，將長度、容量、重量的複名數加減視		

為相同的解題方式。

(二)以包含除情境時間量的問題「機器完成一件成品要3日8時50分，14日19時15分最多可完成幾件成品，剩下多少時間？」為例，可以有兩種幫助學生解題的方法

(1)被除數和除數都換成「幾分鐘」策略：

$$24 \times 3 = 72, 72 + 8 = 80(\text{小時})$$

$$60 \times 80 = 4800, 4800 + 50 = 4850(\text{分鐘})$$

$$24 \times 14 = 336, 336 + 19 = 355(\text{小時})$$

$$60 \times 355 = 21300, 21300 + 15 = 21315(\text{分鐘})$$

$$21315 \div 4850 = 4(\text{件}) \cdots 1915(\text{分鐘})$$

$$1915 \div 60 = 31(\text{小時}) \cdots 55(\text{分鐘})$$

$$31 \div 24 = 1(\text{日}) \cdots 7(\text{小時})$$

答：最多可以完成4件成品，剩下1日7時55分。

(2)先乘後減(估商)策略：

先判斷大約完成4件成品最接近14日19時15分。

$$3 \text{ 日 } 8 \text{ 時 } 50 \text{ 分} \times 4 = 13 \text{ 日 } 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分}$$

$$14 \text{ 日 } 19 \text{ 時 } 15 \text{ 分} - 13 \text{ 日 } 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分} = 1 \text{ 日 } 7 \text{ 時 } 55 \text{ 分}$$

日	時	分		日	時	分
3	8	50		14	19	15
×		4		-	13	11 20
	13	11 20			1	7 55

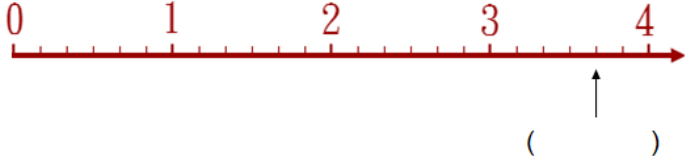
答：最多可以完成4件成品，剩下1日7時55分

題號	14		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-04：能理解因數和倍數。		
試題內容	<p>下列有關因數與倍數的敘述，何者正確？</p> <p>① 60 是 60 的因數，60 也是 60 的倍數</p> <p>② 60 <u>不是</u> 60 的因數，60 是 60 的倍數</p> <p>③ 60 是 60 的因數，60 <u>不是</u> 60 的倍數</p> <p>④ 60 <u>不是</u> 60 的因數，60 <u>不是</u> 60 的倍數</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.72	0.45	0.94
2	0.07	0.16	0.01
3	0.16	0.28	0.04
4	0.04	0.09	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.72	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.50，試題品質良好；通過率為 0.72，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 72%，顯示超過七成的學生已理解因數和倍數的定義。</p> <p>(3)有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 28%)，這些學生知道 60 是 60 的因數，但誤認為 60 的 1 倍不是 60 的倍數，必須是 60 的 2 倍或 2 倍以上的數才是 60 的倍數。</p>		
教材地位分析	<p>評量重點：</p> <p>5-n-04：能理解因數和倍數。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>5-n-05：能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。</p> <p>6-n-02：能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。</p>		

補救教學
建議

(一)多數國小五年級學生已經掌握整數情境的乘除互逆，國小課程首次引入因數問題時，給定的數字都在九九乘法的範圍，因此教師可以透過乘法算式「 $5 \times 8 = 40$ 」，幫助學生認識5是40的因數，也可以透過除法算式「 $40 \div 5 = 8 \cdots 0$ 」，幫助學生認識5是40的因數。

教師必須提供學生利用除法判斷因數的解題經驗，因為當數字變大時，無法直接利用乘法算式找出因數，例如判斷23是否為12581的因數問題時，就必須透過除法「 $12581 \div 23$ 」來判斷。

題號	15		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。		
試題內容	<p>下圖是一條數線，()內要填入哪個數字？</p>  <p style="text-align: center;">()</p> <p>① $3\frac{4}{5}$ ② $3\frac{4}{6}$ ③ $3\frac{5}{7}$ ④ $3\frac{5}{10}$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.11	0.25	0.03
2*	0.77	0.52	0.94
3	0.09	0.16	0.03
4	0.01	0.04	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.77	鑑別度	0.42
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.42，試題品質佳；通過率為 0.77，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 77%，顯示近八成的學生已能將分數或小數標記在數線上。</p> <p>(3)有 11%的學生選擇選項 1(低分組有 25%)，這些學生可能混淆刻度和線段長度的意義，將相鄰兩整數間的 5 個刻度解讀成平分成 5 段，得到要填入 $3\frac{4}{5}$ 的答案。</p> <p>(4)有 9%的學生選擇選項 3(低分組有 16%)，這些學生可能混淆刻度和線段長度的意義，將兩整數間的 7 個刻度解讀成平分成 7 段，得到要填入 $3\frac{5}{7}$ 的答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-10：能將簡單分數標記在數線上。</p> <p>評量重點：</p>		

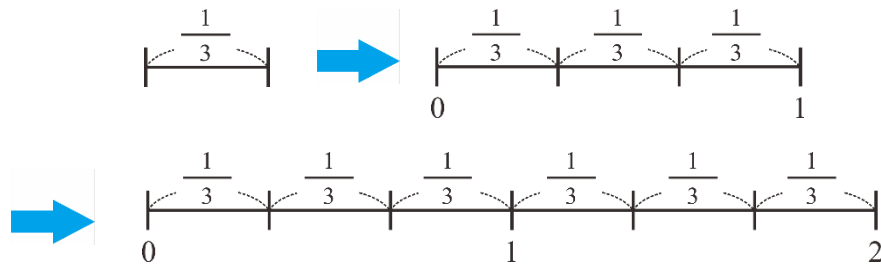
5-n-13：能將分數、小數標記在數線上。

(一)教師可以透過下列方法繪製分數數線，幫助學生認識分數數線：

(1)透過單位分數的累積，例如畫出3個 $\frac{1}{3}$ 為1單位，6個 $\frac{1}{3}$ 為2

單位等方式繪製分數數線，幫助學生認識分數數線。如下所示：

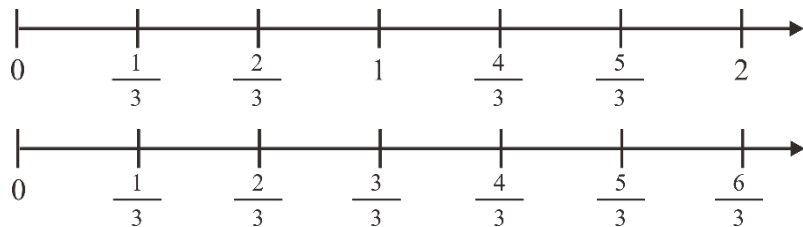
累積3個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成1；累積6個 $\frac{1}{3}$ ，可以合成2。



補救
教學
建議

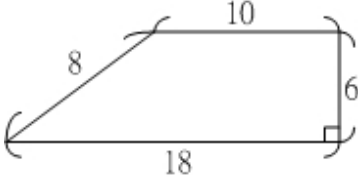
建議教師不宜透過將1單位分割成3等份的方式製作分數數線，學生沒有將單位長度1分割成3等份的能力，且這樣的分割方式很難恰好精確。

(2)將分數標記在數線上。



題號	16		
內容領域	代數	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。		
試題內容	<p>已知 $99 = 99 \times 1 = 1 \times 99$，</p> <p>下列哪個算式的答案和「$99 \times 101 - 99$」的答案一樣大？</p> <p>① $(101 - 99) \times 101$ ② $(101 - 1) \times 99$</p> <p>③ $(101 - 0) \times 99$ ④ $(101 - 1) \times 101$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.12	0.22	0.02
2*	0.71	0.48	0.94
3	0.12	0.19	0.03
4	0.04	0.09	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.71	鑑別度	0.46
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.46，試題品質良好；通過率為 0.71，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已具備利用乘法對加法分配律簡化計算的能力。</p> <p>(3)有 12%的學生選擇選項 1(低分組有 22%)，這些學生可能不理解乘法對加法的分配律。</p> <p>(4)有 12%的學生選擇選項 3(低分組有 19%)，這些學生可能不理解乘法對加法的分配律，認為 $99 = 99 - 0$。</p> <p>學生可能的算法如下：$99 \times 101 - 99 = 99 \times 101 - 99 - 0$ $= 99 \times (101 - 0)$ $= (101 - 0) \times 99$</p> <p>(5)107 年也有一題相同類型的問題，107 年的通過率為 23%，高分組為 45%，低分組為 9%，108 年的通過率為 71%，高分組為 94%，低分組為 48%，通過率進步約 50%的原因如下：</p> <p>①107 年給定的提示是不相關的數字，108 年給定的提示是相關的數字，學生無法由不相關的提示中察覺 $a = 1 \times a = a \times 1$。</p> <p>②學生不理解 a 可以改記成 $1 \times a$ 或 $a \times 1$ 的理由，因此剛教過時會算，但很快就忘記要如何算。</p> <p>有提示時，多數學生又可以回憶要如何算。</p>		

	<p>③建議教師先幫要求學生算出 $(101-1) \times 99 = 101 \times 99 - 1 \times 99 = 101 \times 99 - 99$， 再幫助學生察覺 $101 \times 99 - 99$ 是 $101 \times 99 - 1 \times 99$ 化簡後的結果。</p> <p>◎107 年試題： 已知 $20 = 20 \times 1$，$20 = 20$。 下列哪個算式的答案和「$99 + 18 \times 99$」的答案一樣大？</p> <p>① $(99 + 18) \times 99$ ② $(99 + 1) \times 18$ ③ $(0 + 18) \times 99$ ④ $(1 + 18) \times 99$</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識： 4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。</p> <p>評量重點： 5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)以計算題「$(7+8) \times 5$」為例，學生的解法應該是「$(7+8) \times 5 = 15 \times 5 = 75$」，學生不可能得到「$(7+8) \times 5 = 7 \times 5 + 8 \times 5$」的結果。</p> <p>乘法對加法的分配律指的是同一個問題情境有兩種不同的解題方法，一種是「$(a+b) \times c$」、另一種是「$a \times c + b \times c$」，因為它們是同一個問題的兩種不同解題方法，運算後的結果必然會相等，可以記成「$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$」。</p> <p>(二)教師應透過具體情境幫助學生理解乘法對加法分配律的性質 以問題「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 3 枝，共花多少元？」為例，可以有下面這兩種算法。</p> <p>算法一：$12 \times 5 + 12 \times 3 = 96$。 算法二：$12 \times (5 + 3) = 96$。 這兩種算法的答案相同，可以記成 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3)$。 也可以記成 $12 \times (5 + 3) = 12 \times 5 + 12 \times 3$</p> <p>(三)理解乘法對加法分配律的性質有兩個層次： 層次一：因為這兩種算法的答案相同，可以記成等式。 層次二：因為它們是同一個問題的兩種算法，它們的答案一定相等，可以記成等式。</p> <p>教師應幫助學生提升至層次二，學生必須預期這兩個算式的答案一定相等，國中階段才能將分配律數量的範圍擴充至負數及未知數。</p>

題號	17		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-s-05：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)		
試題內容	<p>下圖是一個梯形，梯形的面積是多少平方公尺？</p>  <p>(單位：公尺)</p> <p>① 42 ② 84 ③ 112 ④ 168</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.13	0.00
2*	0.77	0.45	0.97
3	0.07	0.18	0.01
4	0.10	0.20	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.77	鑑別度	0.52
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.52，試題品質良好；通過率為 0.77，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 77%，顯示近八成的學生已具備利用梯形面積公式解題的能力。</p> <p>(3)有 10%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能誤將梯形面積公式記成「(上底+下底)×高」。</p> <p>(4)有 7%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，這些學生可能混淆梯形底和對應高的意義，誤將梯形中沒有與底邊垂直的腰看成對應的高。學生可能的算法如下：$(10+18) \times 8 \div 2 = 112$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-s-09：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。 (同 4-n-18)</p> <p>評量重點：</p> <p>5-s-05：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>		
補救教學	(一)建議教師先透過長方形面積公式引入平行四邊形面積公式，再		

建議

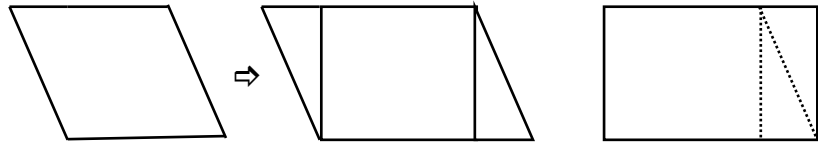
透過平行四邊形面積公式引入三角形及梯形面積公式。

這種引入方式的優點是只要操弄圖形就能導出公式，不涉及代數式的運算，缺點是解法不自然，學生無法自發性的解題，必須透過教師的引導才能導出公式。

下面簡單說明如何引入平行四邊形、三角形與梯形的面積公式

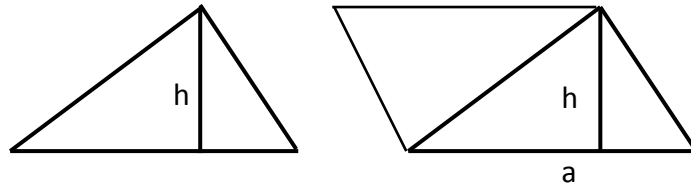
- (1) 透過分割及合成(如下圖)，將平行四邊形轉換成等積異形的長方形，其中長方形的長邊就是平行四邊形的底邊，長方形的寬邊就是平行四邊形的高。

$$\text{平行四邊形面積} = \text{長方形面積} = \text{長} \times \text{寬} = \text{底} \times \text{高}。$$



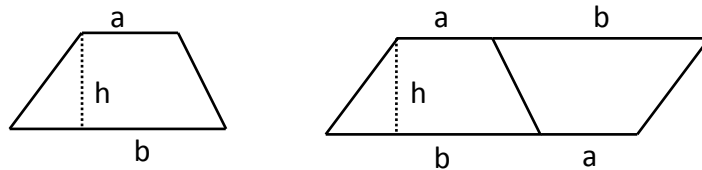
- (2) 透過將兩個全等的三角形拼成平行四邊形的方式，導出三角形面積公式，其中三角形的底就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{三角形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{底} \times \text{高}) \div 2$$



- (3) 透過將兩個全等的梯形拼成平行四邊形的方式，導出梯形的面積公式，其中梯形的「上底+下底」就是拼成平行四邊形的底，三角形的高就是拼成平行四邊形的高。

$$\text{梯形面積} = \text{平行四邊形面積} \div 2 = (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$$



題號	18		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-06：能用約分、擴分處理等值分數的換算。		
試題內容	下列哪一個分數比 $\frac{6}{12}$ 小？ ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{7}{13}$ ④ $\frac{36}{18}$		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.10	0.24	0.01
2*	0.59	0.33	0.85
3	0.19	0.19	0.12
4	0.11	0.21	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.59	鑑別度	0.53
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.59，試題難易度適中。 (2)本題正確答案為選項 2，通過率為 59%，顯示六成的學生已具備利用約分、擴分來比較兩分數大小能力。 (3)有 10%的學生選擇選項 1(低分組有 24%)，這些學生可能不具備利用約分、擴分來比較兩分數大小的能力，誤認為甲分數的分子和分母都比乙分數小時，甲分數比乙分數小。 (4)有 19%的學生選擇選項 3(低分組有 19%、高分組有 12%)，這些學生可能具備利用約分、擴分來比較兩分數大小的能力，但在計算時發生錯誤；這些學生也可能知道 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ，但誤認為 $\frac{7}{13}$ 比 $\frac{1}{2}$ 小。 (5)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 21%)，這些學生可能已具備利用約分、擴分來比較兩分數大小的能力，但誤解題意，選出比 $\frac{6}{12}$ 大的分數。		
教材地位分析	先備的知識： 4-n-09：能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。 評量重點：		

5-n-06：能用約分、擴分處理等值分數的換算。

補救教學
建議

(一)區分等值分數和約分、擴分與通分的意義：

等值分數：指的是在選取相同單位量的情境下，兩分數雖然等分割的份數與合成的份數不同，但是兩分數所代表的量(值)一樣多。

例如 $\frac{1}{2}$ 條繩子和 $\frac{4}{8}$ 條繩子一樣長，可以記成 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ 。

$\frac{2}{5}$ 盒蘋果和 $\frac{4}{10}$ 盒蘋果一樣多，可以記成 $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ 。

約分、擴分：將一個分數轉換成它的等值分數稱之為約分或擴分。

分割份數由小變大稱為擴分，例如 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$

；分割份數由大變小稱為約分，例如 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ 。

通分：透過約分或擴分，讓兩個分數分母相等的活動稱為通分。

(二)在約分與擴分教學時，因為分割的份數不同，應選用不同的量詞來描述，例如將 1 張圓形色紙平分成 3 大塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 小塊。

不可以說將 1 張圓形色紙平分成 3 塊，將另一張一樣大的圓形色紙平分成 6 塊，因為 3 塊中的「1 塊」和 6 塊中的「1 塊」大小不一樣，學生會混淆量詞「塊」的意義。

建議教學方式如下：



平分成 3 大塊



平分成 6 小塊

擴分： $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$ (1 大塊可以換成 2 小塊)

約分： $\frac{2}{6} = \frac{2 \div 2}{6 \div 2} = \frac{1}{3}$ (2 小塊可以換成 1 大塊)

題號	19		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。		
試題內容	算算看，3 小時 30 分鐘 ÷ 3 分鐘 30 秒鐘 = ? ① 1 ② 10 ③ 60 ④ 100		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.34	0.06
2	0.12	0.18	0.06
3*	0.56	0.31	0.83
4	0.11	0.13	0.05
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.56	鑑別度	0.52
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.52，試題品質良好；通過率為 0.56，試題難易度適中。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 56%，顯示近六成的學生已具備解決時間情境包含除問題的能力。 (3)有 20%的學生選擇選項 1(低分組有 34%)，這些學生不具備解決時間情境包含除問題的能力，誤認為前、後數字都相同的複名數相除其商為 1。 (4)有 12%的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生已具備解決時間情境包含除問題的能力，但受 10 進位的影響，誤認為 1 小時 = 10 分鐘，1 分鐘 = 10 秒鐘。 (5)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 13%)，這些學生已具備解決時間情境包含除問題的能力，但在時間化聚時發生錯誤，誤認為 1 小時 = 100 分鐘，1 分鐘 = 100 秒鐘。		
教材地位分析	先備的知識： 4-n-13：能解決複名數的時間量的計算問題(不含除法)。 評量重點： 5-n-15：能解決時間的乘除計算問題。		
補救教學建議	(一)以包含除情境時間量的問題「機器完成一件成品要 3 日 8 時 50 分，14 日 19 時 15 分最多可完成幾件成品，剩下多少時間？」為例，可以有兩種幫助學生解題的方法 (1)被除數和除數都換成「幾分鐘」策略： $24 \times 3 = 72$ ， $72 + 8 = 80$ (小時) $60 \times 80 = 4800$ ， $4800 + 50 = 4850$ (分鐘)		

$$24 \times 14 = 336, 336 + 19 = 355(\text{小時})$$

$$60 \times 355 = 21300, 21300 + 15 = 21315(\text{分鐘})$$

$$21315 \div 4850 = 4(\text{件}) \cdots 1915(\text{分鐘})$$

$$1915 \div 60 = 31(\text{小時}) \cdots 55(\text{分鐘})$$

$$31 \div 24 = 1(\text{日}) \cdots 7(\text{小時})$$

答：最多可以完成 4 件成品，剩下 1 日 7 時 55 分。

(2) 先乘後減(估商)策略：

先判斷大約完成 4 件成品最接近 14 日 19 時 15 分。

$$3 \text{ 日 } 8 \text{ 時 } 50 \text{ 分} \times 4 = 13 \text{ 日 } 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分}$$

$$14 \text{ 日 } 19 \text{ 時 } 15 \text{ 分} - 13 \text{ 日 } 11 \text{ 時 } 20 \text{ 分} = 1 \text{ 日 } 7 \text{ 時 } 55 \text{ 分}$$

日	時	分		日	時	分
3	8	50		14	19	15
×		4		-	13	11 20
13	11	20		1	7	55

答：最多可以完成 4 件成品，剩下 1 日 7 時 55 分

題號	20		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-05：能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。		
試題內容	<p>把一張長 48 公分、寬 36 公分的壁報紙，全部剪成若干個大小相同且面積大於 1 平方公分的正方形，這些正方形的面積<u>不可能</u>是多少平方公分？</p> <p>① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.25	0.33	0.10
2	0.13	0.19	0.07
3	0.10	0.16	0.03
4*	0.51	0.29	0.79
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.51	鑑別度	0.50
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.50，試題品質良好；通過率為 0.51，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 51%，顯示超過五成的學生已具備利用兩數最大公因數與最小公倍數解題的能力。</p> <p>(3)有 25%的學生選擇選項 1(低分組有 33%)，這些學生可能誤解題意，選擇可能是多少平方公分的答案。</p> <p>(4)有 13%的學生選擇選項 2(低分組有 19%)，有 10%的學生選擇選項 3(低分組有 16%)，這些學生可能誤解題意，選擇可能是多少平方公分的答案；也可能誤解題意，認為不可能剪成邊長是 9 公分和 16 公分的正方形。</p>		
教材地位分析	<p>評量重點：</p> <p>5-n-05：能認識兩數的公因數、公倍數、最大公因數與最小公倍數。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-n-02：能用短除法求兩數的最大公因數、最小公倍數。</p>		
補救教學建議	<p>(一)五年級只能透過列出兩數所有因數的方式，尋找兩數的公因數及最大公因數；透過列出兩數部份倍數的方式，尋找兩數的公倍數及最小公倍數。</p> <p>教師<u>不宜</u>引入短除法求最大公因數及最小公倍數的策略，利用短除法求最大公因數及最小公倍數是六年級的教學重點。</p> <p>(二)學生面對利用最大公因數或最小公倍數性質解題的文字題時，</p>		

常不知道該用哪一種性質來解題。教師不宜要求學生記憶題型，看到題目就直接作答，應幫助學生養成利用嘗試錯誤方式解題的能力。

例如解「長方形紙長 96 公分，寬 54 公分，哥哥要裁成一樣的的正方形，此正方形最大的邊長是幾公分？」時，先假設正方形的邊長是 1 公分，發現滿足題意，再假設正方形的邊長是 2 公分，發現也滿足題意，就知道必須利用最大公因數的性質來解題。

例如解「弟弟想用長 4 公分、寬 6 公分的長方形色紙，排成正方形，最少需要幾張色紙？」時，先假設正方形的邊長都是 1 公分，發現不滿足題意，再假設正方形的邊長都是 24 公分，發現滿足題意，就知道必須利用最小公倍數的性質來解題。

題號	21		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。		
試題內容	<p>有一個等腰三角形，已知其頂角是 120 度，其中一個底角是多少度？</p> <p>① 30 ② 60 ③ 120 ④ 180</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.60	0.22	0.89
2	0.25	0.47	0.05
3	0.10	0.17	0.05
4	0.04	0.11	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.60	鑑別度	0.67
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.67，試題品質良好；通過率為 0.60，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 60%，顯示超過六成的學生已具備利用三角形三內角和為 180 度性質解題的能力。</p> <p>(3)三角形三內角和為 180 度的性質並不困難，本題的通過率不高，可能的原因如下：</p> <p>①本題沒有給圖，學生沒有自行畫出圖形的習慣。</p> <p>②學生不理解等腰三角形底角及頂角名詞的意義。</p> <p>③學生可能不知道等腰三角形兩底角相等的性質。</p> <p>(4)有 25%的學生選擇選項 2(低分組有 47%)，這些學生可能知道三角形三內角和為 180 度的性質，但不理解等腰三角形底角及頂角名詞的意義。學生可能的算法如下：$180-120=60$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-s-04：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-n-16)</p> <p>評量重點：</p> <p>5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)有兩種幫助學生理解三角形的內角和是 180 度的方法，分別說明如下：</p> <p>(1)拿出或畫出很多不同的三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形</p>		

	<p>三類)，要求學生測量出這些三角形的所有角，再分別算出這些三角形三個角的和。幫助學生理解這些三角形三個角的角度和大約都是 180 度。</p> <p>(2) 拿出一些三角形(要包含直角、銳角及鈍角三角形三類)，要求學生剪下三角形的 3 個角，再將同一個三角形的 3 個角拼湊在一起，幫助學生理解這些三角形的三個角都可以拼成一個平角，因此這些三角形 3 個角的角度和大約都是 180 度。</p> <p>(二) 建議教師必須進行等腰三角形底角及頂角的命名活動。</p>
--	---

題號	22		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-11：能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	已知「 $4.428 \times 1.55 = 6.8634$ 」，請問 $4428 \times 155 = ?$ ① 68634 ② 686340 ③ 6863400 ④ 6863400000		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.23	0.32	0.11
2*	0.65	0.44	0.85
3	0.07	0.15	0.02
4	0.04	0.06	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.65	鑑別度	0.41
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.41，試題品質佳；通過率為 0.65，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 2，通過率為 65%，顯示近七成的學生已具備小數乘以小數乘法直式計算的能力。 (3)有 23%的學生選擇選項 1(低分組有 32%)，這些學生可能已具備小數乘以小數乘法直式計算的能力，但沒有注意小數點最後面的 0 可以刪除；這些學生也沒有整數乘法估算的能力，不知道「 4428×155 」的積是介於 442800 和 885600 之間的六位數字。		
教材地位分析	先備的知識： 4-n-12：能用直式處理二位小數加、減與整數倍的計算，並解決生活中的問題。 評量重點： 5-n-11：能用直式處理乘數是小數的計算，並解決生活中的問題。		
補救教學建議	(一)以兩位小數乘以一位小數「 2.38×6.7 」為例，建議教師透過下列步驟，說明小數乘以小數乘法直式算則解題的意義。 (1)幫助學生理解整數乘法直式算則的意義，學生能算出「 $238 \times 67 = 15946$ 」。 (2)幫助學生理解分數乘法算則的意義，學生能算出 $\frac{238}{100} \times \frac{67}{10} = \frac{238 \times 67}{100 \times 10} = \frac{15946}{1000}。$ (3)幫助學生看到整數除以 10、100、1000 等數時，被除數和商數小數點位置移位的關係。		

因為 15946 中被沒有小數點，教師應先說明引入小數點的目的是告訴我們個位數字在哪裡，先將「15946」改記成「15946.」後，再說明小數點移位的關係。

$$15946. \div 10 = 1594.6, (\text{除以 } 10, \text{小數點向左移一位})$$

$$15946. \div 100 = 159.46, (\text{除以 } 100, \text{小數點向左移二位})$$

$$15946. \div 1000 = 15.946, (\text{除以 } 1000, \text{小數點向左移三位})$$

$$15946. \div 10000 = 1.5946, (\text{除以 } 10000, \text{小數點向左移四位})$$

(4) 透過比對小數乘以小數乘法直式算式和改記成分數乘以分數逐次減項的算式，幫助學生理解小數乘以小數乘法直式算則解題的意義。

$$2.38 \times 6.7$$

$$= \frac{238}{100} \times \frac{67}{10} (\text{將小數} \times \text{小數, 改記成分數} \times \text{分數})$$

$$= \frac{238 \times 67}{100 \times 10} (\text{分數乘法算則: 分子乘以分子、分母乘以分母})$$

$$= \frac{15946}{1000}$$

$$= 15946 \div 1000$$

$$= 15946. \div 1000 (\text{在個位右邊加上小數點})$$

$$= 15.946 (\text{小數點往左移 } 3 \text{ 位})$$

(5) 將步驟四的解題活動改記成直式

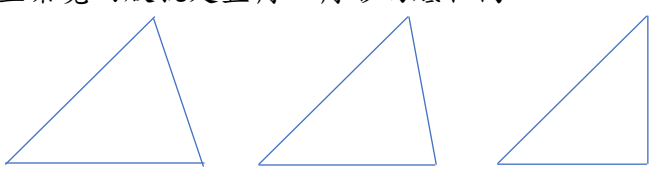
$$\begin{array}{r} 2.38 \\ \times 6.7 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 238 \\ \times 67 \\ \hline 15946 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2.38 \\ \times 6.7 \\ \hline 15.946 \end{array}$$

(列出直式) (算出 238×67 的乘積) (小數點往左移 3 位)

題號	23		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-08：能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。		
試題內容	一瓶果汁 2 公升， $\frac{5}{12}$ 瓶果汁有多少公升？ ① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{24}$ ④ $\frac{10}{24}$		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.03	0.08	0.00
2*	0.39	0.24	0.60
3	0.19	0.21	0.14
4	0.37	0.43	0.25
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.39	鑑別度	0.36
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.36，試題品質佳；通過率為 0.39，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 39%，顯示四成的學生已具備整數乘以分數乘法計算的能力。</p> <p>(3)學生誤解題意，或已掌握分數情境的乘除互逆，都可以透過 $\frac{5}{12} \times 2 = \frac{5}{6}$ 算出答案，本題通過率偏低可能的原因如下：</p> <p>①學生不具備整數乘以分數乘法計算的能力。</p> <p>②學生不具備約分的能力。</p> <p>(4)有 19%的學生選擇選項 3(低分組有 21%)，這些學生可能不具備整數乘以分數乘法計算的能力。</p> <p>學生可能的算法如下：$\frac{5}{12} \times 2 = \frac{5}{12 \times 2} = \frac{5}{24}$。</p> <p>(5)有 37%的學生選擇選項 4(低分組有 43%、高分組有 25%)，這些學生可能混淆整數乘以分數乘法計算及擴分運算。</p> <p>學生可能的算法如下：$\frac{5}{12} \times 2 = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>評量重點： 5-n-08：能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。</p>		

	題。
補救教學建議	<p>(一)以整數乘以分數的乘法問題「一瓶果汁有 5 公升，$\frac{3}{8}$瓶果汁有多少公升？」為例，教師應先協助學生掌握 $\frac{3}{8}$瓶是將 1 瓶平分成 8 份，再取出其中的 3 份，也就是將 5 公升(1 瓶)平分成 8 份，再取出其中的 3 份。可以透過先除「$5 \div 8 = \frac{5}{8}$」再乘「$\frac{5}{8} \times 3 = \frac{15}{8}$」兩個步驟算出 $\frac{3}{8}$瓶果汁有 $\frac{15}{8}$公升；其中「$5 \div 8 = \frac{5}{8}$」(4-n-07)及「$\frac{5}{8} \times 3$」(4-n-08)都是四年級已學過的教材。</p>

題號	24		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-s-05：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)		
試題內容	<p>長 4 公分、寬 3 公分長方形的對角線長是 5 公分。三邊長為 20 公分、15 公分、25 公分的直角三角形，面積是多少平方公分？</p> <p>① 60 ② 150 ③ 187.5 ④ 250</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.20	0.10
2*	0.38	0.26	0.55
3	0.21	0.22	0.18
4	0.23	0.27	0.17
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.38	鑑別度	0.28
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.28，試題品質尚可；通過率為 0.38，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 38%，顯示近四成的學生已具備求直角三角形面積的能力。</p> <p>(3)國小三年級已學過「將長方形切割成兩個全等的直角三角形後，其中一個直角三角形的面積是長方形面積的一半」。</p> <p>本題題幹先說明長 4 公分、寬 3 公分長方形的對角線長是 5 公分，主要的目的是提示學生可以利用上面的性質，透過長 20 公分、寬 15 公分的長方形面積求出直角三角形的面積。</p> <p>(4)本題通過率偏低可能的原因如下：</p> <p>①學生沒有自行畫出圖形的習慣。</p> <p>②學生可能不知道直角三角形兩股可以看成三角形的底和高。</p> <p>③學生可能不知道兩個全等的直角三角形可拼成一個長方形。</p> <p>(5)有 16%的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能不具備求直角三角形面積的能力；也可能不理解題意，任意選三個數相加或相乘。</p> <p>學生可能的算法如下：$3 \times 4 \times 5 = 60$ 或 $20 + 15 + 25 = 60$。</p> <p>(6)有 21%的學生選擇選項 3(低分組有 22%、高分組有 18%)，這些學生可能具備求直角三角形面積的能力，但是不知道直角三角形的斜邊最長，選擇直角三角形一股及斜邊為底和高。</p>		

	<p>學生可能的算法如下：$(15 \times 25) \div 2 = 187.5$。</p> <p>(7)有 23%的學生選擇選項 4(低分組有 27%、高分組有 17%)，這些學生可能具備求直角三角形面積的能力，但是不知道直角三角形的斜邊最長，選擇直角三角形一股及斜邊為底和高。</p> <p>學生可能的算法如下：$(20 \times 25) \div 2 = 250$。</p>
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-s-09：能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。 (同 4-n-18)</p> <p>評量重點：</p> <p>5-s-05：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>
補救教學建議	<p>(一)題目中說明直角三角形 ABC 中，角 A 是直角，角 A 對邊的長是 15 公分，其它兩邊的長是 12 公分和 9 公分，提出兩種幫助學生解題的方法：</p> <p>方法一：說明直角三角形斜邊最長，且兩股就是三角形的底和高。</p> <p>(1)先畫出一些三角形，說明每一個角都有一條對邊，每一條邊都有一個對角。</p> <p>三角形中最長邊的對角最大，最短邊的對角最小。</p> <p>(2)直角三角形中的直角最大，所以直角的對邊最長，並畫出給定的直角三角形。</p> <p>(3)溝通三角形高的意義(見引入三角形面積公式中步驟二)。</p> <p>(4)先畫出一個銳角三角形(如下圖左)，要求學生畫出其高；再改變圖形，讓右下角的角度變大(如下圖中)，再求學生畫出其高；最後讓右下角的角度變成 90 度(如下圖右)，再求學生畫出其高。</p> <p>幫助學生察覺兩股就是直角三角形的底和高。</p>  <p>方法二：說明兩個全等的直角三角形可以拼成一個長方形，而長方形的長邊及寬邊，就是直角三角形直角的兩邊。</p> <p>所以只要知道直角兩邊的長，就能透過長方形面積公式，求出直角三角形的面積是長方形面積的一半。</p>

題號	25		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)		
試題內容	<p>有大、小兩種正方體積木，大積木的邊長是 15 公分，小積木的邊長是 3 公分。請問要多少個小積木合起來才會和 1 個大積木的體積一樣大？</p> <p>① 5 ② 15 ③ 25 ④ 125</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.33	0.38	0.14
2	0.09	0.19	0.03
3	0.22	0.24	0.19
4*	0.33	0.14	0.62
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.33	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.49，試題品質良好；通過率為 0.33，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 33%，顯示四成五的學生已經具備利用正方體體積公式解題的能力。</p> <p>(3)有 33%的學生選擇選項 1(低分組有 38%)，這些學生可能誤解題意，認為每個小正方體的體積都是 1 立方公分，12 個小正方體的體積是 12 立方公分。</p> <p>(4)有 9%的學生選擇選項 2(低分組有 19%)，這些學生可能混淆正方體體積公式和正方形面積公式的意義，誤用正方形面積公式來計算正方體的體積，$2 \times 2 = 4$，每個小正方體的體積是 4 立方公分，$12 \times 4 = 48$，12 個小正方體的體積是 48 立方公分。</p> <p>(5)有 22%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能誤解題意，只算出能看到小正方體的體積，每個小正方體的體積是 8 立方公分，9 個能看到小正方體的體積是 72 立方公分。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-19：能認識體積及體積單位「立方公分」。</p> <p>評量重點：</p> <p>5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)</p>		

	<p>延伸的知識： 6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。 (同 6-s-05)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)本題有兩種解題的方法： 方法一：利用因數的概念 $15 \div 3 = 5$，底邊一邊可以排 5 個，排 5 邊，高也可以排 5 個，$5 \times 5 \times 5 = 125$。 答：125 個小積木 方法二：利用體積相等的概念 大正方體的體積：$15 \times 15 \times 15 = 3375$(立方公分) 小正方體的體積：$3 \times 3 \times 3 = 27$(立方公分) $27 \times \square = 3375$，$3375 \div 27 = 125$。 答：125 個小積木</p>

題號	26		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。		
試題內容	<p>有二條一樣長的紙帶，<u>小明</u>將第 1 條紙帶平分成 6 份，在其中 4 份塗上顏色，將第 2 條紙帶平分成 4 份，在其中 3 份塗上顏色，請問這二條紙帶塗上顏色部分的長度相差多少條？</p> <p>① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.14	0.03
2	0.20	0.26	0.10
3*	0.56	0.35	0.80
4	0.15	0.22	0.07
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.56	鑑別度	0.45
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.45，試題品質良好；通過率為 0.56，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 56%，顯示近六成的學生能掌握連續量情境分數的命名活動，並具備利用異分母分數加減解題的能力。</p> <p>(3)有 20%的學生選擇選項 2(低分組有 26%)，這些學生可能已掌握連續量情境分數的命名活動，但在異分母分數加減計算時發生錯誤。學生可能的算法如下：$\frac{4}{6} - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{6-4} = \frac{1}{2}$。</p> <p>(4)15%的學生選擇選項 4(低分組有 22%)，這些學生可能已掌握連續量情境分數的命名活動，但在異分母分數加減計算時發生錯誤。學生可能的算法如下：$\frac{4}{6} - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{6 \times 4} = \frac{1}{24}$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-09：能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。</p> <p>評量重點：</p> <p>5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。</p>		
補救教學建議	(一)本題通過率不高可能的原因是學生無法掌握連續量情境分數的		

命名活動，例如不知道將第 1 條紙帶平分成 6 份，在其中 4 份塗上顏色，塗上顏色的是 $\frac{4}{6}$ 條，將第 2 條紙帶平分成 4 份，在其中 3 份塗上顏色，塗上顏色的是 $\frac{3}{4}$ 條。

(二)下面以比較 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{3}{8}$ 的大小為例，先說明如何幫助學生透過等值分數的想法來比較兩個異分母分數的大小，再說明如何透過最小公倍數為公分母的方法，比較有效率的解決比較異分母分數大小的方法。

方法一：透過等值分數的想法來比較兩個異分母分數的大小

$$\frac{1}{6} \text{ 的等值分數：} \frac{1}{6}、\frac{2}{12}、\frac{3}{18}、\frac{4}{24}、\frac{5}{30}、\frac{6}{36}、\frac{7}{42}、\frac{8}{48}、\frac{9}{54}、\dots$$

$$\frac{3}{8} \text{ 的等值分數：} \frac{3}{8}、\frac{6}{16}、\frac{9}{24}、\frac{12}{32}、\frac{15}{40}、\frac{18}{48}、\frac{21}{56}、\frac{24}{64}、\frac{27}{72}、\dots$$

多數五年級學生已有同分母分數大小比較的解題經驗，

看著上面這兩列等值分數，透過 $\frac{9}{24} > \frac{4}{24}$ ，

或 $\frac{18}{48} > \frac{8}{48}$ ，就知道 $\frac{3}{8}$ 比 $\frac{1}{6}$ 大。

方法二：透過最小公倍數為公分母的想法來比較兩個異分母分數的大小

當學生能夠掌握約分或擴分的意義，理解當知道某個分數

的等值分數的分母時（例如 $\frac{3}{8} = \frac{(\quad)}{24}$ ），就可以利用擴

分的概念快速的算出分子，教師就能幫助學童將注意力由列出的等值分數，轉換至這些等值分數的分母，較快速的算出答案。

依序列出 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{3}{8}$ 等值分數的分母，找出 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{3}{8}$ 等值分數共同的分母

$\frac{1}{6}$ 等值分數的分母：6、12、18、24、30、36、42、48、

54、….

$\frac{3}{8}$ 等值分數的分母：8、16、24、32、40、48、56、64、

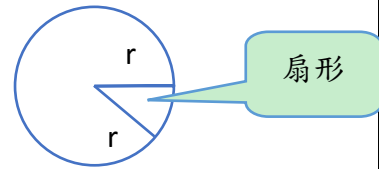
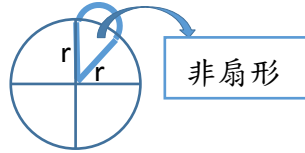
72、….

當學生有了擴分的概念後，找出等值分數的分母，就能夠算出等值分數的分子，因此可以要求學生將注意力放在等值分數的分母上，設法找出共同的分母，而找出等值分數分母的方法，就等同於找出6和8這兩個數的公倍數，其中又以找出最小公倍數的算法最有效率，因為會讓解題時的數字最小，計算最方便，並能逃避約分的麻煩。

教師請注意，五年級尚未引入利用短除法求兩數最小公倍數的教材，教師應接受學生分別列出6和8的一些倍數後，再找出最小公倍數的解題方式，也應該接受以6和8兩數乘積為公分母的解題策略。

題號	27		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。		
試題內容	圓心角為 150 度的扇形，是幾分之幾圓？ ① $\frac{3}{2}$ 圓 ② $\frac{5}{3}$ 圓 ③ $\frac{5}{6}$ 圓 ④ $\frac{5}{12}$ 圓		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.14	0.03
2	0.18	0.30	0.04
3	0.20	0.24	0.10
4*	0.52	0.27	0.83
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.52	鑑別度	0.56
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.56，試題品質良好；通過率為 0.52，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已認識幾分之幾圓和其圓心角的關係。</p> <p>(3)有 18%的學生選擇選項 2(低分組有 30%)，這些學生可能不認識幾分之幾圓和其圓心角的關係，不知道扇形不會超過 1 個圓；也可能認為幾分之幾圓是圓心角除以 90 度。</p> <p>學生可能的算法如下：$150 \div 90 = \frac{5}{3}$。</p> <p>(4)有 20%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能不認識幾分之幾圓和其圓心角的關係；也可能認識幾分之幾圓和其圓心角的關係，但誤認為周角是 180 度。</p> <p>學生可能的算法如下：$150 \div 180 = \frac{5}{6}$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-s-05：能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。</p> <p>評量重點： 5-s-03：能認識圓心角，並認識扇形。</p>		
補救教學建議	<p>(一)幫助學生了解扇形的意義：</p> <p>(1)扇形和圓有密切關係，圓上的一段圓弧，以及該圓弧兩端點和圓心連成的兩條半徑，它們所合成的圖形稱為扇形。</p>		

(2) 很多學生不理解數學上扇形的意義，誤認為像扇子形狀的圖形就是扇形，下圖都是由共端點兩條長度是 r 的線段夾一段圓弧所合成像扇子的圖形，如果該圓弧是半徑 r 的圓弧，該圖形是扇形，如果該圓弧不是半徑 r 的圓弧，該圖形不是扇形。



(3) 周角和 $\frac{1}{n}$ 圓的圓心角間的關係：

圓的圓心角是周角，周角的角度是 360 度。

扇形的圓心角是周角的部份，透過 $360 \times \frac{1}{2} = 180$ ，可以得

到 $\frac{1}{2}$ 圓的圓心角是 180 度，透過 $360 \times \frac{1}{4} = 90$ ，可以得到 $\frac{1}{4}$

圓的圓心角是 90 度，相同的方式，可以求出 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$

等圓圓心角是多少度。

題號	28		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>一盒蘋果有7個，媽媽買了5盒蘋果，<u>小明</u>吃了$\frac{1}{3}$個蘋果，他吃了多少盒蘋果？</p> <p>① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{15}$ ③ $\frac{1}{21}$ ④ $\frac{1}{105}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.20	0.08
2	0.36	0.40	0.26
3*	0.25	0.22	0.29
4?	0.23	0.13	0.35
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.25	鑑別度	0.07
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.07，試題品質不良；通過率為 0.25，試題難易度難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 25%，顯示二成五的學生已具備解決分數除以整數除法問題的能力。</p> <p>(3)有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能不具備解決分數除以整數除法問題的能力，選擇題幹中給定的分數為答案。</p> <p>(4)有 36%的學生選擇選項 2(低分組有 40%、高分組有 26%)，這些學生可能不具備解決分數除以整數除法問題的能力，任意選擇兩數相除。學生可能的算法如下：$\frac{1}{3} \div 5 = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{15}$。</p> <p>(5)有 23%的學生選擇選項 4(低分組有 13%、高分組有 35%)，這些學生可能已具備解決分數除以整數除法問題的能力，但是誤解題意，誤認為 1 盒蘋果有 35 個。</p>		

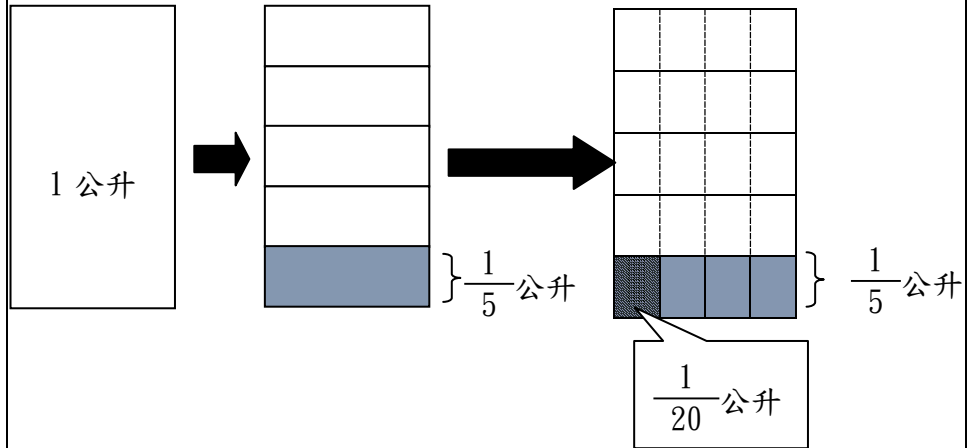
	<p>學生可能的算法如下：$7 \times 5 = 35$，$1 \div 35 = \frac{1}{35}$</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-07：理解分數之「整數相除」的意涵。</p> <p>評量重點：</p> <p>5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p> <p>延伸的知識：</p> <p>6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)以「將$\frac{1}{5}$公升漂白水全部平分成4杯，其中的一杯是幾公升？」為例，說明如何幫助學生解題。</p> <p>教師不宜先畫出一個長方形代表$\frac{1}{5}$公升，再將長方形平分成4份，透過算式「$\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20}$(公升)」說明其中的1份是$\frac{1}{20}$公升，因為在圖中看不到$\frac{1}{20}$公升。</p> <div data-bbox="470 1339 965 1624" data-label="Diagram"> </div> <p>教師應先強調題目最後問的單位是什麼，題目最後問的單位是「公升」，因此先畫出一個長方形代表1公升，再將1公升平分成5大份，得到其中的1大份是$\frac{1}{5}$公升。</p> <p>再將$\frac{1}{5}$公升平分成4小份，因為看不到1小份和1公升的關</p>

係，因此將平分成 4 小份的線延長，就能看到 1 公升被分割成

20(5×4)小份，並透過算式

$$\left[\frac{1}{5} \div 4 = \frac{1}{5 \times 4} = \frac{1}{20} (\text{公升}) \right], \text{說明其中的 1 小份是 } \frac{1}{20}$$

公升。



題號	29		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-03：能熟練整數四則混合計算。		
試題內容	算算看， $(20-12\div 4)+5\times 6=?$ ① 32 ② 42 ③ 47 ④ 132		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.18	0.29	0.06
2	0.11	0.26	0.01
3*	0.64	0.30	0.90
4	0.05	0.10	0.02
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.64	鑑別度	0.60
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.60，試題品質良好；通過率為 0.64，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 64%，顯示近七成的學生已經掌握「括號先算」、「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。</p> <p>(3)有 18%的學生選擇選項 1(低分組有 29%)，這些學生可能無法掌握「先乘除後加減」運算次序的約定，由左往右算出括號內的答案，但是括號外的 5×6 先算，再加上括號內的答案。學生可能的算法如下： $(20-12\div 4)+5\times 6=(8\div 4)+5\times 6=2+30=32。$</p> <p>(4)有 11%的學生選擇選項 2(低分組有 26%)，這些學生可能無法掌握「先乘除後加減」運算次序的約定，由左依序往右算出答案，學生可能的算法如下： $(20-12\div 4)+5\times 6=(8\div 4)+5\times 6=2+5\times 6=7\times 6=42。$</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p> <p>評量重點： 5-n-03：能熟練整數四則混合計算。</p>		
補救教學建議	<p>(一)教師應先復習兩步驟計算問題的運算次序，再引入三步驟計算問題的運算次序，等待學生熟悉這些問題的運算次序後，最後再引入四步驟的計算問題。</p> <p>下面分別列出常見兩步驟、三步驟及四步驟計算問題的例子</p>		

(1) 兩步驟計算問題的例子：

① 括號先算：

$$\text{例如：} 13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$$

$$\text{例如：} 7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

② 先乘除後加減：

$$\text{例如：} 5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$$

$$\text{例如：} 12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

③ 由左往右算(只有加與減)：

$$\text{例如：} 12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$$

④ 由左往右算(只有乘與除)：

$$\text{例如：} 24 \div 3 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

(2) 三步驟計算問題的例子：

① 括號先算，再先乘除後加減：

$$\text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 = 13 + 8 \div 4 = 13 + 2 = 15$$

② 括號先算，再由左往右算：

$$\text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 = 20 - 8 - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$\text{例如：} 40 \div (3 + 5) \times 3 = 40 \div 8 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

③ 先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 = 12 + 30 - 8 = 42 - 8 = 34$$

④ 先乘除後加減：

$$\text{例如：} 7 \times 8 - 80 \div 5 = 56 - 80 \div 5 = 56 - 16 = 40$$

⑤ 由左往右算：

$$\text{例如：} 50 - 18 - 20 + 7 = 32 - 20 + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$\text{例如：} 100 \div 5 \times 3 \div 2 = 20 \times 3 \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

(3) 四步驟計算問題的例子：

① 括號先算，再先乘除後加減，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 - 5 &= 13 + 8 \div 4 - 5 = 13 + 2 - 5 \\ &= 15 - 5 = 10 \end{aligned}$$

② 括號先算，再先乘除後加減：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 13 \times 2 + (3 + 5) \div 4 &= 13 \times 2 + 8 \div 4 = 26 + 8 \div 4 \\ &= 26 + 2 = 28 \end{aligned}$$

③ 括號先算，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 + 5 &= 20 - 8 - 4 + 5 = 12 - 4 + 5 \\ &= 8 + 5 = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例如：} 80 \div (3 + 5) \times 3 \div 5 &= 80 \div 8 \times 3 \div 5 = 10 \times 3 \div 5 \\ &= 30 \div 5 = 6 \end{aligned}$$

④ 先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 + 7 = 12 + 30 - 8 + 7 = 42 - 8 + 7$$

$$=34+7=41$$

⑤由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 50-18-20+7+10 &= 32-20+7+10=12+7+10 \\ &= 19+10=19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例如：} 100\div 5\times 3\div 2\div 3 &= 20\times 3\div 2\div 3=60\div 2\div 3 \\ &= 30\div 3=10 \end{aligned}$$

題號	30		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)		
試題內容	邊長 4 公分正方體的表面積是多少平方公分？ ① 16 ② 48 ③ 64 ④ 96		
選答率 選項	答題反應比率 (*表正確答案)		
	整體	低分組	高分組
1	0.19	0.35	0.06
2	0.08	0.15	0.02
3	0.16	0.22	0.09
4*	0.55	0.23	0.82
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.55	鑑別度	0.59
試題品質 分析	(1)本題鑑別度為 0.59，試題品質良好；通過率為 0.55，試題難易度適中。 (2)本題正確答案為選項 4，通過率為 55%，顯示近六成的學生已經具備求正方體表面積的能力。 (3)有 19%的學生選擇選項 1(低分組有 35%)，這些學生可能誤解題意，求出邊長 4 公分正方形的周長。 (4)有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能誤解題意，求出邊長 4 公分正方體的體積。		
教材地位 分析	先備的知識： 4-n-19：能認識體積及體積單位「立方公分」。 評量重點： 5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07) 延伸的知識： 6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。 (同 6-s-05)		
補救教學 建議	下面以「長、寬和高分別是 6 公分、8 公分和 3 公分長方體的表面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生解題。 建議教師依下列步驟幫助學生解題： 步驟一：先引導學生理解「表面積」名詞的意義。長方體有 6 個面，這 6 個面的面積和稱為長方體的表面積。 步驟二：長方體有 6 個面，依長方體擺放的位置，將這 6 個面區		

	<p>分成「上、下」，「左、右」，「前、後」三個部分。</p> <p>步驟三：長方體上、下兩個面是全等的長方形，左、右兩個面也是全等的長方形，前、後兩個面也是全等的長方形。</p> <p>步驟四：分別算出「上、下」，「左、右」，「前、後」三個部分的面積和，再將這三部份的面積和相加，得到長方體的表面積。透過算式 $8 \times 6 \times 2 = 96$，得到「上、下」兩個面的面積和是 96 平方公分；透過算式 $8 \times 3 \times 2 = 48$，得到「左、右」兩個面的面積和是 48 平方公分；透過算式 $6 \times 3 \times 2 = 36$，得到「前、後」兩個面的面積和是 36 平方公分。最後透過算式 $96 + 48 + 36 = 180$，得到長方體表面積是 180 平方公分。</p>
--	--

題號	31		
內容領域	代數	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-a-03：能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。		
試題內容	<p>餐廳周年慶全面 8 折。<u>小明</u>點了價錢是 800 元的 A 餐，爸爸和媽媽都點了價錢是 600 元的 B 餐，爸爸用下面哪種方式付錢最省錢？</p> <p>甲方式：付 2000 元後再打 8 折。</p> <p>乙方式：先付 800 元打 8 折，再付 1200 元打八折。</p> <p>丙方式：先付 800 元打 8 折，再付 600 元打八折，最後再付 600 元打八折。</p> <p>① 甲方式 ② 乙方式 ③ 丙方式 ④ 一樣省錢</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.18	0.27	0.08
2	0.12	0.18	0.05
3	0.32	0.29	0.30
4*	0.37	0.21	0.56
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.37	鑑別度	0.35
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.35，試題品質佳；通過率為 0.37，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 37%，顯示近四成的學生已經具備利用乘法對加法的分配律解題或簡化計算的能力。</p> <p>(3)本題的評量重點是「乘法對加法的分配律」，也就是買東西分開付錢和合起來付錢的錢數相同，與「比率」的教學無關。打折是日常生活中常見的描述。</p> <p>(4)有 32%的學生選擇選項 3(低分組有 29%、高分組有 30%)，這些學生可能已能知道「$800 \times 0.8 + 1200 \times 0.8 = (800 + 1200) \times 0.8$」，但無法掌握「$800 \times 0.8 + 600 \times 0.8 + 600 \times 0.8 = (800 + 600 + 600) \times 0.8$」，誤認為「$(800 + 1200) \times 0.8 > (800 + 600 + 600) \times 0.8$」。</p> <p>(5)有 12%的學生選擇選項 2(低分組有 18%、高分組有 5%)，這些學生可能不具備利用乘法對加法的分配律解題或簡化計算的能力，誤認為「$2000 \times 0.8 > (800 + 1200) \times 0.8$」「$2000 \times 0.8 > (800 + 600 + 600) \times 0.8$」。</p>		

	(6)有 18%的學生選擇選項 1(低分組有 27%、高分組有 8%)，這些學生可能不具備利用乘法對加法的分配律解題或簡化計算的能力。
教材地位 分析	<p>先備的知識： 4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。</p> <p>評量重點： 5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。</p>
補救教學 建議	<p>(一)以計算題「$(7+8) \times 5$」為例，學生的解法應該是「$(7+8) \times 5 = 15 \times 5 = 75$」，學生不可能得到「$(7+8) \times 5 = 7 \times 5 + 8 \times 5$」的結果。</p> <p>乘法對加法的分配律指的是同一個問題情境有兩種不同的解題方法，一種是「$(a+b) \times c$」、另一種是「$a \times c + b \times c$」，因為它們是同一個問題的兩種不同解題方法，運算後的結果必然會相等，可以記成「$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$」。</p> <p>(二)教師應透過具體情境幫助學生理解乘法對加法分配律的性質 以問題「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 3 枝，共花多少元？」為例，可以有下面這兩種算法。</p> <p>算法一：$12 \times 5 + 12 \times 3 = 96$。</p> <p>算法二：$12 \times (5 + 3) = 96$。</p> <p>這兩種算法的答案相同，可以記成 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3)$。 也可以記成 $12 \times (5 + 3) = 12 \times 5 + 12 \times 3$</p> <p>(三)理解乘法對加法分配律的性質有兩個層次：</p> <p>層次一：因為這兩種算法的答案相同，可以記成等式。</p> <p>層次二：因為它們是同一個問題的兩種算法，它們的答案一定相等，可以記成等式。</p> <p>教師應幫助學生提升至層次二，學生必須預期這兩個算式的答案一定相等，國中階段才能將分配律數量的範圍擴充至負數及未知數。</p>

題號	32		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。		
試題內容	下列四個小數，哪個小數在數線上和 5.1 的距離最短？ ① 4.99 ② 5.01 ③ 5.17 ④ 5.2		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.25	0.27	0.21
2	0.15	0.21	0.09
3*	0.35	0.14	0.63
4	0.22	0.33	0.07
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.35	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.49，試題品質良好；通過率為 0.35，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 35%，顯示近四成的學生已認識多位小數，並能比較多位小數的大小。</p> <p>(3)有 25%的學生選擇選項 1(低分組有 27%)，這些學生可能不理解距離最短的意義，誤認為選項中最小的數字在數線上和 5.1 的距離最短。</p> <p>(4)有 15%的學生選擇選項 2(低分組有 21%)，這些學生可能無法比較多位小數的大小；也可能無法將題幹和選項的小數都標示在數線上來判斷。</p> <p>(5)有 22%的學生選擇選項 4(低分組有 33%)，這些學生可能類比整數來比較小數的大小，誤認為選項中最小的數字是 5.2，又不理解距離最短的意義，誤認為選項中最小的數字 5.2 在數線上和 5.1 的距離最短。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-11：能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。</p> <p>評量重點： 5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	(一)如果學生有一些讀數詞序列的經驗，知道後面讀到的數字比前面大，比較兩個整數或純小數的大小並不困難。但是面對大數		

字或帶小數時，就必須透過位值概念，利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩數的大小。

假設學生已掌握能利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個整數的大小。下面說明如何幫助學生利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個小數的大小

教師可以利用定位板，透過下面的步驟幫助學生察覺可以利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個小數的大小。

(1) 整數部份不相等時，比較整數部份的大小即可。

下面以比較 2.1 和 1.9 的大小為例說明。

2.1 小數點左邊的 2 表示 2 個「一」，1.9 小數點左邊的 1 表示 1 個「一」，2 個「一」比 1 個「一」多 1 個「一」，也就是 10 個「0.1」。

2.1 小數點右邊的 1 表示 1 個「0.1」，1.9 小數點左邊的 9 表示 9 個「0.1」，9 個「0.1」比 1 個「0.1」多 8 個「0.1」。

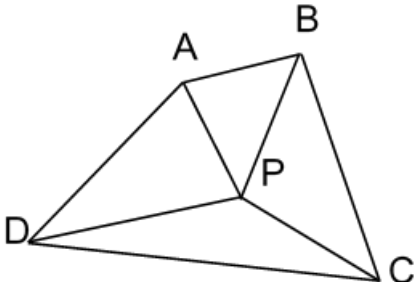
8 個「0.1」比 10 個「0.1」小，所以 2.1 比 1.9 大。

因此只要知道 2 比 1 大，就能確定 2.1 比 1.9 大。

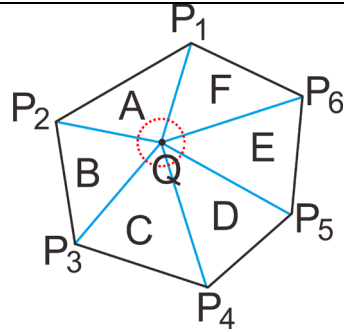
(2) 仿上面的說法，教師舉一些整數部份相等，十分位數字不相等，以及整數部份及十分位數字相等，百分位數字不相等的例子，要求學生解題，並說明其理由。

(3) 多舉一些小數的例子，幫助學生察覺可以利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個小數的大小。

(二) 本題也可以利用小數數線幫助解題，教師可以幫助學生畫出二位小數的數線，將題幹和選項的小數都標示在數線上，就可以看到 5.1 和 5.17 的距離最近。

題號	33		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。		
試題內容	<p>如圖，三角形 PAB、三角形 PBC、三角形 PCD、三角形 PDA，這 4 個三角形角度的和是甲度，四邊形 ABCD 的角度和是乙度，請問甲和乙相差多少度？</p>  <p>① 0 ② 90 ③ 180 ④ 360</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.21	0.13	0.23
2	0.23	0.33	0.09
3	0.28	0.36	0.19
4*	0.26	0.13	0.49
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.26	鑑別度	0.36
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.36，試題品質良好；通過率為 0.26，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 26%，顯示近三成的學生已理解三角形三內角和為 180 度，並能延伸其意義解決四邊形內角和的問題。</p> <p>(3)有 21%的學生選擇選項 1(低分組有 13%)，這些學生可能無法延伸三角形三內角和為 180 度的性質至四邊形的情境；也可能誤認為 4 個三角形的面積和與四邊形的面積相等，所以 4 個三角形的內角和的和與四邊形的內角和相等。</p> <p>(4)有 23%的學生選擇選項 2(低分組有 33%)，這些學生可能無法延伸三角形三內角和為 180 度的性質至四邊形的情境。</p> <p>(5)有 28%的學生選擇選項 3(低分組有 36%)，這些學生可能無法延伸三角形三內角和為 180 度的性質至四邊形的情境；也可能</p>		

	<p>受到三角形的內角和是 180 度的影響，選擇 180 度為答案。</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識： 4-s-04：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-n-16)</p> <p>評量重點： 5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。</p> <p>延伸的知識： 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)建議教師先複習三角形內角和為 180°，再以六邊形為例，提出兩種求六邊形內角和的解題方法。</p> <p>方法一：找定一個頂點，透過連接所有對角線的方式解題</p> <p>(1)任意找六邊形的一個頂點 P_1，再畫出通過該頂點 P_1 的所有對角線 (P_1P_3、P_1P_4 和 P_1P_5)，此時六邊形被分割成 4 個三角形 (A、B、C、D)。如下圖所示：</p> <div data-bbox="667 869 1002 1191" data-label="Diagram"> </div> <p>(2)這 4 個三角形的內角和即六邊形內角和，已知每個三角形的內角和為 180 度，$180^\circ \times 4 = 720^\circ$，可得到六邊形內角和為 720 度。</p> <p>(3)接著，再引導學生察覺六邊形邊數「6」和三角形個數「4」的關係 ($6 - 2 = 4$)，為引入多邊形內角和公式鋪路。</p> <p>扣除和 P_1 相鄰的 2 個頂點 (P_2 和 P_6)，由 P_1 可以畫出 3 條對角線 (P_1P_3、P_1P_4 和 P_1P_5)，這 3 條對角線將六邊形分割成 4 個三角形 (A、B、C、D)，如果將注意力放在六邊形的「6」，可以推出六邊形的內角和是 $(6 - 2) \times 180$ 度。</p> <p>(4)最後可推導出 n 邊形的內角和為 $(n - 2) \times 180$ 度。</p> <p>方法二：找定內部一點，透過連接所有頂點的方式解題</p> <p>(1)在六邊形內部任意找一個點 Q，再連接該點和六邊形的 6 個頂點 (QP_1、QP_2、QP_3、QP_4、QP_5 和 QP_6)，此時六邊形被分割成 6 個三角形 (A、B、C、D、E 和 F)。如下圖所示：</p>



(2) 這 6 個三角形的內角和扣除以 Q 為頂點的圓周角，即六邊形的內角和。

已知每個三角形的內角和為 180 度， $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$
 $1080^\circ - 360^\circ = 720^\circ$ ，可得到六邊形內角和為 720 度。

(3) 接著，再引導學生察覺六邊形邊數「6」和三角形個數「6」的關係，為引入多邊形內角和公式鋪路。

(二) 教師可以將四個三角形的 12 個角都標上符號，再分別寫出甲度和乙度的值，就能算出甲和乙相差多少度。

題號	34		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	5-s-02：能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。		
試題內容	<p>三角形的三邊不一樣長，最長邊是 6 公分，最短邊是 2 公分，請問下列何者可能是第三邊的長度？</p> <p>① 3 公分 ② 4 公分 ③ 5 公分 ④ 6 公分</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.19	0.10
2	0.21	0.33	0.08
3*	0.43	0.19	0.70
4	0.19	0.24	0.11
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.43	鑑別度	0.51
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.51，試題品質良好；通過率為 0.43，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 43%，顯示四成五的學生已具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力。</p> <p>(3)有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 19%)，有 21%的學生選擇選項 2(低分組有 33%)，這些學生可能不具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力；任意選擇比 6 小、比 2 大的數字為答案。</p> <p>(4)有 19%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能具備利用三角形任意兩邊和大於第三邊性質解題的能力，但是誤解題意，沒有注意題幹中三邊不一樣長，且最長邊是 6 公分的說明。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 1-s-01：能認識直線與曲線。</p> <p>評量重點： 5-s-02：能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。</p> <p>延伸的知識： 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)如果學生已掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以直線 AB 為最短，</p>		

所以 $AC+BC>AB$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以直線 AC 為最短，所以 $BC+BA>AC$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以直線 BC 為最短，所以 $AB+AC>BC$ ，也就是三角形任意兩邊和大於第三邊。

(二)以三邊長為 a 公分、b 公分、c 公分($a\geq b\geq c$)的三角形為例，三角形任意兩邊和大於第三邊指的是「 $a+b>c$ ， $a+c>b$ ， $b+c>a$ 」的性質。

已知邊長為 a 公分、b 公分、c 公分($a\geq b\geq c$)的三根竹籤是否能圍成一個三角形，只要判斷「 $b+c>a$ 」是否成立即可。

(三)判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。

如左下圖，較短的兩邊和大於最長邊，因此可以圍成一個三角形。

如右下圖，較短的兩邊和小於最長邊，因此不可以圍成一個三角形。



花蓮縣六年級學生數學成就試題表現現況分析

資料來源：

花蓮縣國民中小學教育長期資料庫

107 學年度六年級數學領域學生基本能力檢核試卷

分析者：

國立臺南大學 謝堅老師

題號	1		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	5-n-03：能熟練整數四則混合計算。		
試題內容	算算看， $(20-12\div4)+5\times6=?$ ① 32 ② 42 ③ 47 ④ 132		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.17	0.25	0.07
2	0.15	0.30	0.03
3*	0.60	0.32	0.87
4	0.09	0.12	0.03
未作答	0.00	0.00	0.00
通過率	0.60	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.55，試題品質良好；通過率為 0.60，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 60%，顯示超過六成的學生已經掌握「先乘除後加減」及「由左往右算」運算次序的約定。</p> <p>(3)本題是五、六年級共同試題，五年級的通過率為 64%(高分組 90%、低分組 30%)，六年級的通過率為 60%(高分組 87%、低分組 32%)，六年級的通過率比五年級低了 4%。可能的原因如下：</p> <p>①「括號先算」「先乘除後加減」及「由左往右算」是運算次序的約定，不是數學概念，應該年級愈高愈熟練，六年級的通過率比五年級低，可能的原因是國小學生尚未熟練這些約定。</p> <p>②六年級高分組學生的通過率比五年級高分組學生低了 3%，六年級低分組學生的通過率比五年級低分組學生高了 2%，而整體學生的通過率低了 7%，可能的原因是五年級或五年級下學期的教材較少接觸到這些約定，學生因為沒有經常練習而遺忘這些約定。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-05：能做整數四則混合計算(兩步驟)。</p> <p>評量重點： 5-n-03：能熟練整數四則混合計算。</p>		
補救教學建議	(一)教師應先復習兩步驟計算問題的運算次序，再引入三步驟計算問題的運算次序，等待學生熟悉這些問題的運算次序後，最後再引入四步驟的計算問題。		

下面分別列出常見兩步驟、三步驟及四步驟計算問題的例子

(1) 兩步驟計算問題的例子：

① 括號先算：

$$\text{例如：} 13 - (2 + 5) = 13 - 7 = 6$$

$$\text{例如：} 7 \times (5 - 2) = 7 \times 3 = 21$$

② 先乘除後加減：

$$\text{例如：} 5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17$$

$$\text{例如：} 12 - 6 \div 2 = 12 - 3 = 9$$

③ 由左往右算(只有加與減)：

$$\text{例如：} 12 + 3 - 5 = 15 - 5 = 10$$

④ 由左往右算(只有乘與除)：

$$\text{例如：} 24 \div 3 \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

(2) 三步驟計算問題的例子：

① 括號先算，再先乘除後加減：

$$\text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 = 13 + 8 \div 4 = 13 + 2 = 15$$

② 括號先算，再由左往右算：

$$\text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 = 20 - 8 - 4 = 12 - 4 = 8$$

$$\text{例如：} 40 \div (3 + 5) \times 3 = 40 \div 8 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

③ 先乘除後加減，再由左往右算：

$$\text{例如：} 12 + 5 \times 6 - 8 = 12 + 30 - 8 = 42 - 8 = 34$$

④ 先乘除後加減：

$$\text{例如：} 7 \times 8 - 80 \div 5 = 56 - 80 \div 5 = 56 - 16 = 40$$

⑤ 由左往右算：

$$\text{例如：} 50 - 18 - 20 + 7 = 32 - 20 + 7 = 12 + 7 = 19$$

$$\text{例如：} 100 \div 5 \times 3 \div 2 = 20 \times 3 \div 2 = 60 \div 2 = 30$$

(3) 四步驟計算問題的例子：

① 括號先算，再先乘除後加減，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 13 + (3 + 5) \div 4 - 5 &= 13 + 8 \div 4 - 5 = 13 + 2 - 5 \\ &= 15 - 5 = 10 \end{aligned}$$

② 括號先算，再先乘除後加減：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 13 \times 2 + (3 + 5) \div 4 &= 13 \times 2 + 8 \div 4 = 26 + 8 \div 4 \\ &= 26 + 2 = 28 \end{aligned}$$

③ 括號先算，再由左往右算：

$$\begin{aligned} \text{例如：} 20 - (3 + 5) - 4 + 5 &= 20 - 8 - 4 + 5 = 12 - 4 + 5 \\ &= 8 + 5 = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例如：} 80 \div (3 + 5) \times 3 \div 5 &= 80 \div 8 \times 3 \div 5 = 10 \times 3 \div 5 \\ &= 30 \div 5 = 6 \end{aligned}$$

④ 先乘除後加減，再由左往右算：

	<p>例如：$12+5\times 6-8+7=12+30-8+7=42-8+7$ $=34+7=41$</p>
--	--

⑤由左往右算：

例如： $50-18-20+7+10=32-20+7+10=12+7+10$

題號	2		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。		
試題內容	<p>有二條一樣長的紙帶，<u>小明</u>將第 1 條紙帶平分成 6 份，在其中 4 份塗上顏色，將第 2 條紙帶平分成 4 份，在其中 3 份塗上顏色，請問這二條紙帶塗上顏色部分的長度相差多少條？</p> <p>① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.07	0.02
2	0.18	0.30	0.07
3*	0.67	0.48	0.87
4	0.09	0.15	0.04
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.67	鑑別度	0.39
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.39，試題品質良好；通過率為 0.67，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 67%，顯示近七成的學生能掌握連續量情境分數的命名活動，並具備利用異分母分數加減解題的能力。</p> <p>(3)本題是五、六年級共同試題，五年級的通過率為 56%(高分組 80%、低分組 35%)，六年級的通過率為 67%(高分組 87%、低分組 48%)，六年級的通過率比五年級高了 11%。可能的原因如下：</p> <p>①六年級學生比五年級學生多學習了分數的除法及分數兩步驟問題，這些教材常涉及通分的運算，學生因經常練習，所以通過率高了 11%。</p> <p>②本題五年級的通過率為 56%，六年級的通過率為 67%，都比 107 年試題的通過率 77%低(五年級高分組低了 14%，六年級高分組低了 7%)，可能的原因不是學生無法進行異分母分數的加減運算，而是學生無法進行連續量情境分數的命名活動，沒有辦法將圖示改計成分數來進行運算。</p> <p>◎107 五年級試題：通過率為 77%(高分組 94%、低分組 47%)</p>		

	<p>一箱柳丁有 56 個，<u>小明</u>買了 $\frac{5}{7}$ 箱，<u>小花</u>買了 $\frac{3}{8}$ 箱，<u>小明</u>比<u>小花</u>買的柳丁多幾箱？</p> <p>① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{2}{56}$ ③ $\frac{19}{56}$ ④ 19</p>
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-09：能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。</p> <p>評量重點： 5-n-07：能用通分作簡單異分母分數的比較與加減。</p>
補救教學建議	<p>(一)本題要求學生判斷有幾個分數比 $\frac{1}{2}$ 大，提示了和 $\frac{1}{2}$ 比大小的線索，但是看起來幫助不大。</p> <p>建議教師透過約分或擴分幫助學生解題：</p> <p>例如將 $\frac{2}{3}$ 擴分為 $\frac{4}{6}$，很容易判斷出 $\frac{4}{6}$ 比 $\frac{1}{2}$ 大。</p> <p>將 $\frac{1}{2}$ 擴分為 $\frac{4}{8}$，很容易判斷出 $\frac{4}{8}$ 比 $\frac{3}{8}$ 大。</p> <p>(二)下面以比較 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{3}{8}$ 的大小為例，先說明如何幫助學生透過等值分數的想法來比較兩個異分母分數的大小，再說明如何透過最小公倍數為公分母的方法，比較有效率的解決比較異分母分數大小的方法。</p> <p>方法一：透過等值分數的想法來比較兩個異分母分數的大小</p> <p>$\frac{1}{6}$ 的等值分數：$\frac{1}{6}$、$\frac{2}{12}$、$\frac{3}{18}$、$\frac{4}{24}$、$\frac{5}{30}$、$\frac{6}{36}$ 、$\frac{7}{42}$、$\frac{8}{48}$、$\frac{9}{54}$、...</p> <p>$\frac{3}{8}$ 的等值分數：$\frac{3}{8}$、$\frac{6}{16}$、$\frac{9}{24}$、$\frac{12}{32}$、$\frac{15}{40}$、$\frac{18}{48}$ 、$\frac{21}{56}$、$\frac{24}{64}$、$\frac{27}{72}$、...</p> <p>多數五年級學生已有同分母分數大小比較的解題經驗，看著上面這兩列等值分數，透過 $\frac{9}{24} > \frac{4}{24}$，</p>

或 $\frac{18}{48} > \frac{8}{48}$ ，就知道 $\frac{3}{8}$ 比 $\frac{1}{6}$ 大。

方法二：透過最小公倍數為公分母的想法來比較兩個異分母分數的大小

當學生能夠掌握約分或擴分的意義，理解當知道某個分數的等值分數的分母時（例如 $\frac{3}{8} = \frac{(\quad)}{24}$ ），就可以利用擴分的概念快速的算出分子，教師就能幫助學童將注意力由列出的等值分數，轉換至這些等值分數的分母，較快速的算出答案。

依序列出 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{3}{8}$ 等值分數的分母，找出 $\frac{1}{6}$ 和 $\frac{3}{8}$

等值分數共同的分母

$\frac{1}{6}$ 等值分數的分母：6、12、18、24、30、36、42、
48、54、….

$\frac{3}{8}$ 等值分數的分母：8、16、24、32、40、48、56、
64、72、….

當學生有了擴分的概念後，找出等值分數的分母，就能夠算出等值分數的分子，因此可以要求學生將注意力放在等值分數的分母上，設法找出共同的分母，而找出等值分數分母的方法，就等同於找出 6 和 8 這兩個數的公倍數，其中又以找出最小公倍數的算法最有效率，因為會讓解題時的數字最小，計算最方便，並能逃避約分的麻煩。

教師請注意，五年級尚未引入利用短除法求兩數最小公倍數的教材，教師應接受學生分別列出 6 和 8 的一些倍數後，再找出最小公倍數的解題方式，也應該接受以 6 和 8 兩數乘積為公分母的解題策略。

題號	3		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。		
試題內容	下列四個小數，哪個小數在數線上和 5.1 的距離最短？ ① 4.99 ② 5.01 ③ 5.17 ④ 5.2		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.21	0.27	0.13
2	0.12	0.19	0.06
3*	0.47	0.21	0.76
4	0.18	0.31	0.05
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.47	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.55，試題品質良好；通過率為 0.47，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 47%，顯示近五成的學生已認識多位小數，並能比較多位小數的大小。</p> <p>(3)本題五年級和六年級的通過率都很低，可能的原因如下： ①學生可能沒有自製小數數線的能力，無法將題幹和選項的小數都標示在數線上來比較。 ②如果學生無法自製小數數線，必須進行四次的小數減法運算才能判斷，學生可能在計算過程中發生錯誤。</p> <p>(4)本題是五、六年級共同試題，五年級的通過率為 35%(高分組 63%、低分組 14%)，六年級的通過率為 47%(高分組 76%、低分組 21%)，六年級的通過率比五年級高了 12%。可能的原因如下： ①六年級學生能自製小數數線的能力比五年級學生強。 ②六年級學生的數感可能比五年級學生強。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-n-11：能認識二位小數與百分位的位名，並做比較。</p> <p>評量重點： 5-n-10：能認識多位小數，並做比較與加、減與整數倍的計算，以及解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	(一)如果學生有一些讀數詞序列的經驗，知道後面讀到的數字比前面大，比較兩個整數或純小數的大小並不困難。但是面對大數		

字或帶小數時，就必須透過位值概念，利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩數的大小。

假設學生已掌握能利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個整數的大小。下面說明如何幫助學生利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個小數的大小

教師可以利用定位板，透過下面的步驟幫助學生察覺可以利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個小數的大小。

(1) 整數部份不相等時，比較整數部份的大小即可。

下面以比較 2.1 和 1.9 的大小為例說明。

2.1 小數點左邊的 2 表示 2 個「一」，1.9 小數點左邊的 1 表示 1 個「一」，2 個「一」比 1 個「一」多 1 個「一」，也就是 10 個「0.1」。

2.1 小數點右邊的 1 表示 1 個「0.1」，1.9 小數點左邊的 9 表示 9 個「0.1」，9 個「0.1」比 1 個「0.1」多 8 個「0.1」。

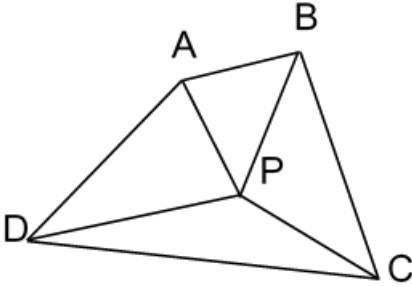
8 個「0.1」比 10 個「0.1」小，所以 2.1 比 1.9 大。

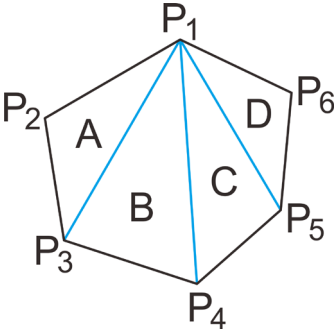
因此只要知道 2 比 1 大，就能確定 2.1 比 1.9 大。

(2) 仿上面的說法，教師舉一些整數部份相等，十分位數字不相等，以及整數部份及十分位數字相等，百分位數字不相等的例子，要求學生解題，並說明其理由。

(3) 多舉一些小數的例子，幫助學生察覺可以利用「由最高位往低位依序比較」策略來比較兩個小數的大小。

(二) 本題也可以利用小數數線幫助解題，教師可以幫助學生畫出二位小數的數線，將題幹和選項的小數都標示在數線上，就可以看到 5.1 和 5.17 的距離最近。

題號	4		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。		
試題內容	<p>如圖，三角形 PAB、三角形 PBC、三角形 PCD、三角形 PDA，這 4 個三角形角度的和是甲度，四邊形 ABCD 的角度和是乙度，請問甲和乙相差多少度？</p>  <p>① 0 ② 90 ③ 180 ④ 360</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.18	0.16	0.14
2	0.16	0.30	0.04
3	0.29	0.40	0.17
4*	0.36	0.11	0.65
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.36	鑑別度	0.53
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.53，試題品質良好；通過率為 0.36，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 36%，顯示近四成的學生已理解三角形三內角和為 180 度，並能延伸其意義解決四邊形內角和的問題。</p> <p>(3)本題五年級和六年級的通過率都很低，可能的原因如下： ①本題是學生較少看到的題型，學生面對新題型時，沒有主動解題的習慣。 ②學生必須將四個三角形的 12 個角都標上符號，再分別寫出甲度和乙度的值，才能算出甲和乙相差多少度，學生可能沒有自行寫出所有已知條件的習慣。</p> <p>(4)本題是五、六年級共同試題，五年級的通過率為 26%(高分組 49%、低分組 13%)，六年級的通過率為 36%(高分組 65%、</p>		

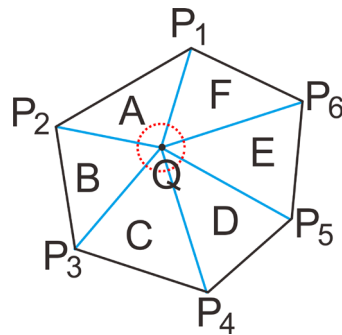
	<p>低分組 11%)，六年級的通過率比五年級高了 10%。可能的原因如下：</p> <p>①六年級學生比五年級學生多了「如何解題」的解題經驗。</p> <p>②六年級高分組學生的通過率比五年級高分組學生高了 16%，六年級低分組學生的通過率比五年級低分組學生低了 2%，而整體學生的通過率高了 10%，可能的原因是多數高分組學生面對新題型會主動解題，而低分組學生面對新題型時會拒絕解題。</p> <p>③學生面對新題型時，建議教師鼓勵學生透過嘗試錯誤等方式來解題，幫助學生養成主動解題的數學學習態度。</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識： 4-s-04：能認識角度單位「度」，並使用量角器實測角度或畫出指定的角度。(同 4-n-16)</p> <p>評量重點： 5-s-01：能透過操作，理解三角形三內角和為 180 度。</p> <p>延伸的知識： 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)建議教師先複習三角形內角和為 180°，再以六邊形為例，提出兩種求六邊形內角和的解題方法。</p> <p>方法一：找定一個頂點，透過連接所有對角線的方式解題</p> <p>(1)任意找六邊形的一個頂點 P_1，再畫出通過該頂點 P_1 的所有對角線 (P_1P_3、P_1P_4 和 P_1P_5)，此時六邊形被分割成 4 個三角形 (A、B、C、D)。如下圖所示：</p>  <p>(2)這 4 個三角形的內角和即六邊形內角和，已知每個三角形的內角和為 180 度，$180^\circ \times 4 = 720^\circ$，可得到六邊形內角和為 720 度。</p> <p>(3)接著，再引導學生察覺六邊形邊數「6」和三角形個數「4」的關係 ($6 - 2 = 4$)，為引入多邊形內角和公式鋪路。</p> <p>扣除和 P_1 相鄰的 2 個頂點 (P_2 和 P_6)，由 P_1 可以畫出 3 條對角線 (P_1P_3、P_1P_4 和 P_1P_5)，這 3 條對角線</p>

將六邊形分割成 4 個三角形 (A、B、C、D)，如果將注意力放在六邊形的「6」，可以推出六邊形的內角和是 $(6-2) \times 180$ 度。

(4) 最後可推導出 n 邊形的內角和為 $(n-2) \times 180$ 度。

方法二：找定內部一點，透過連接所有頂點的方式解題

(1) 在六邊形內部任意找一個點 Q ，再連接該點和六邊形的 6 個頂點 (QP_1 、 QP_2 、 QP_3 、 QP_4 、 QP_5 和 QP_6)，此時六邊形被分割成 6 個三角形 (A、B、C、D、E 和 F)。如下圖所示：



(2) 這 6 個三角形的內角和扣除以 Q 為頂點的圓周角，即六邊形的內角和。

已知每個三角形的內角和為 180 度， $180^\circ \times 6 = 1080^\circ$

$1080^\circ - 360^\circ = 720^\circ$ ，可得到六邊形內角和為 720 度。

(3) 接著，再引導學生察覺六邊形邊數「6」和三角形個數「6」的關係，為引入多邊形內角和公式鋪路。

(二) 教師可以將四個三角形的角都標上符號，再分別寫出甲度和乙度的值，就能算出甲和乙相差多少度。

題號	5		
內容領域	代數	認知歷程向度	問題解決
分年細目	5-a-03：能熟練運用四則運算的性質，做整數四則混合計算。		
試題內容	<p>餐廳周年慶全面 8 折。<u>小明</u>點了價錢是 800 元的 A 餐，爸爸和媽媽都點了價錢是 600 元的 B 餐，爸爸用下面哪種方式付錢最省錢？</p> <p>甲方式：付 2000 元後再打 8 折。</p> <p>乙方式：先付 800 元打 8 折，再付 1200 元打八折。</p> <p>丙方式：先付 800 元打 8 折，再付 600 元打八折，最後再付 600 元打八折。</p> <p>① 甲方式 ② 乙方式 ③ 丙方式 ④ 一樣省錢</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.15	0.24	0.05
2	0.10	0.16	0.04
3	0.21	0.28	0.12
4*	0.53	0.30	0.79
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.53	鑑別度	0.49
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.49，試題品質良好；通過率為 0.53，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 53%，顯示有五成四的學生已經具備利用乘法對加法的分配律解題或簡化計算的能力。</p> <p>(3)本題是五、六年級共同試題，五年級的通過率為 37%(高分組 56%、低分組 21%)，六年級的通過率為 53%(高分組 79%、低分組 30%)，六年級的通過率比五年級高了 16%。可能的原因如下：</p> <p>①雖然打折是日常生活中常見的描述，但是部份五年級學生評量時尚未學習比率，這些學生可能不理解打折的意義。</p> <p>②五年級和六年級的通過率都不高，可能的原因是教師引入交換律、結合律與分配律時，沒有與生活情境連結。</p> <p>③六年級高分組學生的通過率比五年級高分組學生高了 23%，六年級低分組學生的通過率比五年級低分組學生高了 9%，而整體學生的通過率高了 16%，可能的原因是高分組學生面對新題型會主動解題，而低分組學生面對新題型時會拒絕解題。</p>		

	<p>④建議教師引入交換律、結合律與分配律時，必須與生活情境連結。</p>
教材地位分析	<p>先備的知識： 4-a-01：能在具體情境中，理解乘法結合律。</p> <p>評量重點： 5-a-01：能在具體情境中，理解乘法對加法的分配律，並運用於簡化心算。</p>
補救教學建議	<p>(一)以計算題「$(7+8) \times 5$」為例，學生的解法應該是「$(7+8) \times 5 = 15 \times 5 = 75$」，學生不可能得到「$(7+8) \times 5 = 7 \times 5 + 8 \times 5$」的結果。</p> <p>乘法對加法的分配律指的是同一個問題情境有兩種不同的解題方法，一種是「$(a+b) \times c$」、另一種是「$a \times c + b \times c$」，因為它們是同一個問題的兩種不同解題方法，運算後的結果必然會相等，可以記成「$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$」。</p> <p>(二)教師應透過具體情境幫助學生理解乘法對加法分配律的性質以問題「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 3 枝，共花多少元？」為例，可以有下面這兩種算法。</p> <p>算法一：$12 \times 5 + 12 \times 3 = 96$。</p> <p>算法二：$12 \times (5 + 3) = 96$。</p> <p>這兩種算法的答案相同，可以記成 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3)$。也可以記成 $12 \times (5 + 3) = 12 \times 5 + 12 \times 3$</p> <p>(三)理解乘法對加法分配律的性質有兩個層次：</p> <p>層次一：因為這兩種算法的答案相同，可以記成等式。</p> <p>層次二：因為它們是同一個問題的兩種算法，它們的答案一定相等，可以記成等式。</p> <p>教師應幫助學生提升至層次二，學生必須預期這兩個算式的答案一定相等，國中階段才能將分配律數量的範圍擴充至負數及未知數。</p>

題號	6		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-03：能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。		
試題內容	下列哪一個分數是「 $\frac{72}{126}$ 」的最簡分數？ ① $\frac{36}{63}$ ② $\frac{12}{21}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{4}{7}$		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.08	0.01
2	0.07	0.13	0.03
3	0.04	0.10	0.00
4*	0.85	0.67	0.96
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.85	鑑別度	0.29
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.29，試題品質尚可；通過率為 0.85，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 4，通過率為 85%，顯示近九成的學生已能將分數約成最簡分數。 (3)有 7%的學生選擇選項 2(低分組有 13%)，這些學生可能沒有判斷 3 的倍數的能力，誤以為 $\frac{12}{21}$ 是最簡分數。		
教材地位分析	先備的知識： 5-n-06：能用約分、擴分處理等值分數的換算。 評量重點： 6-n-03：能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。		
補救教學建議	(一)最簡分數是很多等值分數比較的結果，教師不宜透過直接宣告「一個分數的分子和分母互質，我們稱這個分數為最簡分數」的方式引入最簡分數。教師應透過比較活動引入最簡分數，例如列出一些分子和分母都比 $\frac{18}{30}$ 小的等值分數 $\frac{9}{15}$ 、 $\frac{6}{10}$ 、 $\frac{3}{5}$ ，說明這些分數中， $\frac{3}{5}$ 的分子和分母最小，稱 $\frac{3}{5}$ 為這些等值分數中的最簡分數，最後再說明可以利用分子和分母互質，判斷該分數是最簡分數。		

題號	7		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-01：能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。		
試題內容	下列何者是 50 質因數分解的算式？ ① 2×5 ② $2 \times 2 \times 5$ ③ $2 \times 5 \times 5$ ④ 5×10		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.04	0.07	0.02
2	0.04	0.08	0.02
3*	0.83	0.65	0.95
4	0.07	0.17	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.83	鑑別度	0.30
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.30，試題品質尚可；通過率為 0.83，試題難易度易。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 83%，顯示超過八成的學生已具備將整數質因數分解的能力。 (3)有 7%的學生選擇選項 4(低分組有 17%)，這些學生可能不具備將整數質因數分解的能力；也可能利用短除法求質因數分解算式時計算發生錯誤。		
教材地位分析	先備的知識： 5-n-04：能理解因數和倍數。 評量重點： 6-n-01：能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。		
補救教學建議	(一)教師可以透過下列教學流程幫助學生利用短除法做質因數分解。 (1)幫助學生利用樹狀圖分解法找出合數的質因數分解。 (2)協助學生將樹狀圖分解法寫成質因數分解算式。 (3)協助學生理解短除法，並利用短除法找出合數的質因數分解。 (二)教師應幫助引入 2、3 及 5 倍數的判斷方法。不要求學生藉由記憶，知道 100 以內的質數。 (1)可以透過百數表，幫助學生理解 2、5、10 的倍數判斷方法。 當我們只在百數表內討論 2、5、10 倍數判斷方法時，只能保證		

100 以內的數滿足這個性質，無法保證大於 100 的數也滿足這個性質。

建議教師在百數表內討論完 2、5、10 倍數的判斷法後，還要舉一些比 100 大的整數例子，幫助學生察覺該判斷方法對大於 100 的數也成立。

(2) 百數表中不易看到如何判斷 3 的倍數，3 的倍數判斷方法建議由教師宣告，以 3627 為例，說明每個位數的數字和「 $3+6+2+7=18$ 」是 3 的倍數，3627 就是 3 的倍數。

(3) 下面以 3627 為例，說明如何判斷 3 的倍數：

$$\begin{aligned}3627 &= 1000 \times 3 + 100 \times 6 + 10 \times 2 + 7 \\ &= (999 + 1) \times 3 + (99 + 1) \times 6 + (9 + 1) \times 2 + 7 \\ &= 999 \times 3 + 3 + 99 \times 6 + 6 + 9 \times 2 + 2 + 7 \\ &= 999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2 + 3 + 6 + 2 + 7 \\ &= (999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2) + (3 + 6 + 2 + 7)\end{aligned}$$

$(999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2)$ 是 3 的倍數，如果 $(3 + 6 + 2 + 7)$ 也是 3 的倍數， $(999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2) + (3 + 6 + 2 + 7) = 3627$ 就會是 3 的倍數。

題號	8		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-06：能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>把 25 公升的牛奶，每 12.32 公升裝成 1 瓶，最多可裝滿多少瓶？還剩下多少公升？</p> <p>① 最多可裝滿 2 瓶，還剩下 0.36 公升</p> <p>② 最多可裝滿 2 瓶，還剩下 3.6 公升</p> <p>③ 最多可裝滿 22 瓶，還剩下 0.136 公升</p> <p>④ 最多可裝滿 22 瓶，還剩下 1.36 公升</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.85	0.65	0.98
2	0.09	0.19	0.01
3	0.03	0.07	0.00
4	0.02	0.06	0.00
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.85	鑑別度	0.33
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.33，試題品質佳；通過率為 0.85，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 85%，顯示近九成的學生已具備整數除以小數除法直式計算的能力。</p> <p>(3)有 9%的學生選擇選項 2(低分組有 20%)，這些學生可能知道將被除數和除數同時以 0.01 換單位，但是將餘數的單位換回時計算發生錯誤。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-12：能用直式處理整數除以整數，商為三位小數的計算。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-06：能用直式處理小數除法的計算，並解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)面對小數除以小數問題時，教師宜要求學生先估商，如果商的數字不大，就採用先乘後減的策略來解題，如果商的數字較大，就採用被除數和除數同時換單位的策略來解題。</p> <p>以問題「把 24.75 公升的牛奶，每 11.5 公升裝成 1 瓶，最多可裝滿多少瓶？還剩下多少公升？」為例，學生很容易估出最多裝滿兩瓶，可以用先乘後減的策略來解題。</p>		

$11.5 \times 2 = 23$ ， $24.75 - 23 = 1.75$ ，得到最多可裝滿 2 瓶，還剩下 1.75 公升的答案。

(二)先以整數情境為例，說明「被除數和除數同時換單位」解題策略的意義。

(1)14 張 1000 元鈔票，每人分 3 張 1000 元鈔票，最多可以分給幾人，剩下幾張 1000 元鈔票?也就是剩下多少元?」。

教師幫助學生透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \cdots 2(\text{張})$ ，得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。

(2)「14000 元，每人分 3000 元，最多可以分給幾人，剩下幾元?」。

教師幫助學生將被除數 14000 元及除數 3000 元，同時以 1000 元為單位來換單位，14000 元換成 14 張千元鈔票，3000 元換成 3 張千元鈔票，再透過 $14(\text{張}) \div 3(\text{張}) = 4(\text{人}) \cdots 2(\text{張})$ 得到最多可以分給 4 個人，剩下 2 張 1000 元鈔票，也就是剩下 2000 元的答案。

(三)以小數除以小數，商數是整數且有餘數的包含除問題「36.2 公升果汁，1.4 公升裝一瓶，最多裝滿幾瓶，剩下多少公升?」為例，說明如何透過「被除數和除數同時以 0.1 公升換單位」的策略幫助學生解題。

教師幫助學生將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，同時以 0.1 公升為單位來換單位，36.2 公升轉換成 362 個 0.1 公升，1.4 公升換成 14 個 0.1 公升，再透過 $362 \div 14 = 25 \cdots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 個 0.1 公升，也就是剩下 1.2 公升的答案。

如果學生無法掌握以 0.1 公升為單位的意義，教師可以透過命名 0.1 公升為 1 罐的方式，將被除數 36.2 公升及除數 1.4 公升，轉換成 362 罐和 14 罐，再透過 $362 \div 14 = 25 \cdots 12$ ，得到最多可以裝滿 25 瓶，剩下 12 罐，也就是剩下 1.2 公升的答案。

題號	9		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>甲 = $\frac{1}{3} + 0.3333333333$，乙 = $\frac{2}{3} + 0.6666666666$，請問下列敘述何者成立？</p> <p>① 甲：乙 = 1：1 ② 甲：乙 = 1：2</p> <p>③ 甲：乙 = 1：3 ④ 甲：乙 = 2：1</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.08	0.12	0.04
2*	0.70	0.55	0.83
3	0.17	0.22	0.11
4	0.04	0.09	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.70	鑑別度	0.28
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.28，試題品質尚可；通過率為 0.70，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 70%，顯示七成的學生已認識比和比值。</p> <p>(3)有 17%的學生選擇選項 3(低分組有 22%)，這些學生可能無法比較兩個算式間的倍數關係；也可能受到題目分數的分母都是 3 的影響，選擇 1：3 為答案。</p> <p>(4)有 8%的學生選擇選項 1(低分組有 12%)，這些學生能無法比較兩個算式間的倍數關係。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)教師可以透過 $(\frac{1}{3} + 0.3333333333) \times 2 = \frac{2}{3} + 0.6666666666$</p> <p>幫助學生發現 $\frac{2}{3} + 0.6666666666$ 是 $\frac{1}{3} + 0.3333333333$ 的 2</p> <p>倍，所以 $\frac{1}{3} + 0.3333333333 : \frac{2}{3} + 0.6666666666 = 1 : 2$</p>		

(二)相反數和倒數都是兩個數之間的關係

下面以甲=5，乙=8 為例，說明相反數和倒數的意義

(1)相反數：

以甲為基準量 0 時，比較量乙 = +3

以乙為基準量 0 時，比較量甲 = -3

甲和乙互為基準量時，它們的比較量間滿足相反數的關係，
也就是說，甲比乙少 3，可以得到乙比甲多 3

乙比甲多 3，可以得到甲比乙少 3

(2)倒數：

以甲為基準量 1 時，比較量乙 = $\frac{8}{5}$

以乙為基準量 1 時，比較量甲 = $\frac{5}{8}$

甲和乙互為基準量時，它們的比較量間滿足倒數的關係，

也就是說，甲是乙的 $\frac{5}{8}$ 倍，可以得到乙是甲的 $\frac{8}{5}$ 倍

乙是甲的 $\frac{8}{5}$ 倍，可以得到甲是乙的 $\frac{5}{8}$ 倍

題號	10		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-03：能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。		
試題內容	<p>甲說：1 不是質數，6 也不是質數，所以 1 和 6 不互質。</p> <p>乙說：13 是質數，31 也是質數，所以 13 和 31 互質。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 甲和乙都正確 ② 甲正確、乙不正確</p> <p>③ 甲不正確、乙正確 ④ 甲和乙都不正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.20	0.19
2	0.10	0.19	0.02
3*	0.54	0.35	0.69
4	0.14	0.23	0.08
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.54	鑑別度	0.34
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.34，試題品質佳；通過率為 0.54，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 54%，顯示有五成五的學生已理解兩數互質的意義。</p> <p>(3)有 20%的學生選擇選項 1(高分組有 19%，低分組有 20%)，這些學生可能混淆質數和互質的意義，認為 1 不是質數，所以 1 和 6 不互質。</p> <p>(4)有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 23%)，這些學生可能不理解兩數互質的意義。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-06：能用約分、擴分處理等值分數的換算。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-03：能認識兩數互質的意義，並將分數約成最簡分數。</p>		
補救教學建議	<p>(一)區分「質數」和「互質」的差異。</p> <p>質數：質數討論的是一個數的性質，判斷該數是否滿足只有 1 和自己兩個因數的條件。</p> <p>互質：互質討論的是 a、b 兩個數的關係，當$(a, b)=1$，數學上稱 a 和 b 互質。</p>		

例如：1 不是質數，但是 $(1, 6)=1$ ，所以 1 和 6 互質。

(二)「兩數互質」是判斷短除法運算結果的依據，例如用短除法求 36 和 48 兩數的最大公因數和最小公倍數時，先提出共同的質因數，發現兩數互質時，最大公因數「 $2 \times 2 \times 3$ 」就是共同質因數的乘積，最小公倍數「 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$ 」是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

$$2 \begin{array}{|l} 36 \\ 48 \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$2 \begin{array}{|l} 18 \\ 24 \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$3 \begin{array}{|l} 9 \\ 12 \end{array} \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數}$$

$$3 \quad 4 \Rightarrow (3, 4)=1, \text{ 互質表示沒有其它共同的質因數}$$

$$(36, 48) = \underline{2 \times 2 \times 3}$$

共同質因數的乘積

$$[36, 48] = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 4 = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 4 (4 = 2 \times 2)$$

兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次

題號	11		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)		
試題內容	<p>甲圓的周長是 5 公尺，乙圓的周長是 1 公尺，下列關於圓周率的敘述何者正確？</p> <p>① 甲圓的圓周率是乙圓圓周率的 5 倍</p> <p>② 甲圓的圓周率是乙圓圓周率的 25 倍</p> <p>③ 甲圓的圓周率是乙圓圓周率的 3.14 倍</p> <p>④ 甲圓的圓周率和乙圓的圓周率一樣大</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.25	0.48	0.03
2	0.04	0.09	0.01
3	0.06	0.14	0.00
4*	0.63	0.26	0.96
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.63	鑑別度	0.70
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.70，試題品質良好；通過率為 0.63，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 63%，顯示六成五的學生已理解圓周率的意義。</p> <p>(3)有 25%的學生選擇選項 1(低分組有 48%)，這些學生可能不理解圓周率的意義，認為圓周率和圓周的長度有關，甲圓的圓周長是乙圓的幾倍，甲圓的圓周率就是乙圓圓周率的幾倍。</p> <p>(4)有 9%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，這些學生可能不理解圓周率的意義；也可能誤解題意，選擇圓周率 3.14 為答案。</p> <p>(5)本題的通過率比 107 年式題的通過率高了 19%，可能與老師幫</p>		

	<p>學生們複習或進行補救教學有關。</p> <p>◎107 年試題：通過率為 44%(高分組 79%、低分組有 19%)</p> <p>甲圓的直徑是 10 公分，乙圓的半徑是 10 公分，下列關於圓周率的敘述何者正確？</p> <p>① 甲圓的圓周率是乙圓圓周率的 2 倍</p> <p>② 甲圓的圓周率是乙圓圓周率的 $\frac{1}{2}$ 倍</p> <p>③ 甲圓的圓周率是乙圓圓周率的 4 倍</p> <p>④ 甲圓的圓周率和乙圓的圓周率一樣大</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)圓周率是「圓周長：直徑長」的比值，國小階段可以透過測量不同圓的直徑和圓周長，再分別求出「圓周長：直徑長」的比值，幫助學童察覺「圓周長：直徑長」的比值都比 3 多一點，經驗圓周率的意義。為了讓「圓周長：直徑長」的比值不要差異太大，建議教師選擇直徑超過 20 公分的圓，因為直徑太小的圓，算出來圓周率的值誤差比較大。</p> <p>在活動中，很難讓求出來的比值剛好或很接近 3.14，因此在國小階段可以選擇 3 當做圓周率的近似值，如果要選擇 3.14 當做圓周率近似值，建議教師提供一些與求圓周率相關的文章給學童閱讀，讓學童知道圓周率選擇 3.14 的意義，並為以後</p>

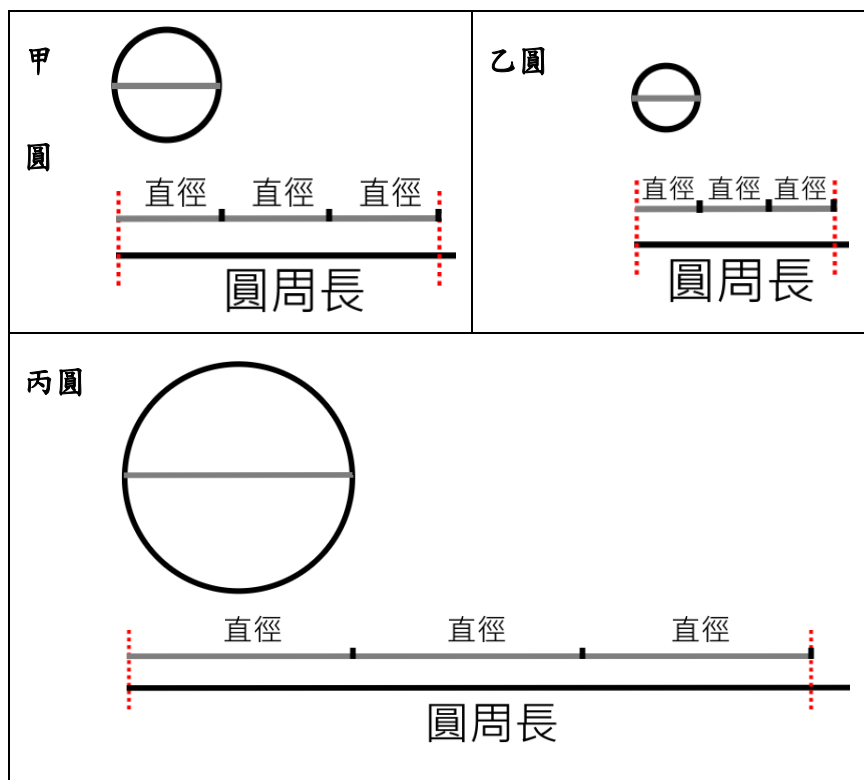
選用無理數 π 記錄圓周率鋪路。

下面說明如何幫助學生掌握圓周率的意義：

(1) 觀察比較圓周長和 3 倍直徑長

教師可先給定 3 個不同的圓，分別畫出這 3 個圓的圓周長以及直徑長的 3 倍，要求學生比較這些圓的圓周長和 3 倍直徑長。

幫助學生有圓周長比 3 倍直徑長長一點的解題經驗，為後面引入圓周率鋪路。如下所示：



(2) 比較數個圓「圓周長÷直徑長」的商

教師可提供數個圓的圓周和直徑的長度，以及「圓周長÷直徑長」的商(商數以四捨五入法取概數到百分位)，幫助學生經驗

	圓周長 (公分)	直徑長 (公分)	圓周長÷直徑長 (四捨五入到百分位)

「圓周長÷直徑長」的商都比3大一點、理解圓周率的意義。

如下所示：

(3)理解「圓周長÷直徑長=圓周率」的意義

最後，由教師宣告數學上稱「圓周長÷直徑長」為圓周率，約定「圓周長÷直徑長=3.14」，稱3.14為圓周率。可以由「圓周長÷直徑長=3.14」，去推出「圓周長=直徑長×3.14」。建議教師教學時，宜強調「圓周長÷直徑長=3.14」，幫助學生掌握圓周率的意義，不宜只強調「圓周長=直徑長×3.14」公式。

題號	12		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-08：能在具體情境中，解決小數的兩步驟問題，並能併式計算。 (同 6-n-14)		
試題內容	<p>「甲用 7.4 條繩子圍成一個直徑是 2.8 公尺的圓，請問 1 條繩子長幾公尺？(圓周率=3.14)」下面哪個算式能算出正確的答案？</p> <p>① $2.8 \times 3.14 \times 7.4$ ② $2.8 \times 3.14 \div 7.4$</p> <p>③ $2.8 \div 3.14 \times 7.4$ ④ $2.8 \div 3.14 \div 7.4$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.19	0.26	0.09
2*	0.66	0.48	0.86
3	0.09	0.18	0.02
4	0.05	0.07	0.03
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.66	鑑別度	0.39
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.39，試題品質良好；通過率為 0.66，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 66%，顯示近七成的學生已具備小數兩步驟問題列式的能力。</p> <p>(3)有 19%的學生選擇選項 1(低分組有 26%)，這些學生可能誤解題意，將先乘後除的兩步驟問題解讀為連乘的兩步驟問題。</p> <p>(4)有 9%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，這些學生可能誤解題意，將先乘後除的兩步驟問題解讀為先除後乘的兩步驟問題。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)</p> <p>評量重點： 6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)</p>		
補救教學建議	<p>(一)下面以「紅豆 1 公斤的價錢是 15 元，媽媽一共買了 2.4 公斤。爸爸用相同的錢買了 1.8 公斤的綠豆，請問 1 公斤綠豆的價錢是多少？」為例，說明如何幫助學生解題。</p>		

建議教師透過下列步驟幫助學生解題：

步驟一：透過分段布題，幫助學生解題。

先布「紅豆 1 公斤的價錢是 15 元，媽媽一共買了 2.4 公斤。媽媽一共花了多少錢？」，要求學生用算式 $15 \times 2.4 = 36$ 記錄紅豆的總價。

再布「爸爸用相同的錢買了 1.8 公斤的綠豆，請問 1 公斤綠豆的價錢是多少？」，要求學生用算式 $36 \div 1.8 = 20$ 記錄一公斤綠豆的價錢。

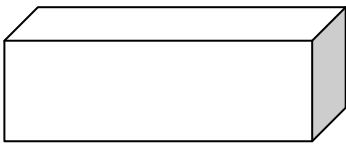
步驟二：透過重新布題「紅豆 1 公斤的價錢是 15 元，媽媽一共買了 2.4 公斤。爸爸用相同的錢買了 1.8 公斤的綠豆，請問 1 公斤綠豆的價錢是多少？」，要求學生用兩個算式記錄解題活動。

步驟三：要求學生將步驟二中的兩個算式「 $15 \times 2.4 = 36$ ， $36 \div 1.8 = 20$ 」，改用一個算式記下來，而且讓別人一看就知道先算了什麼、後算了什麼。

步驟四：幫助學生將上面兩個算式改記成「 $(15 \times 2.4) \div 1.8 = 20$ 」，並說明其中的小括號表示要先計算的部份。

步驟五：告訴學生可以利用「由左往右算」運算次序的約定來省略括號，將算式「 $(15 \times 2.4) \div 1.8 = 20$ 」改記成「 $15 \times 2.4 \div 1.8 = 20$ 」。

步驟六：幫助學生將問題(解題的計畫)記成「 $15 \times 2.4 \div 1.8 = ()$ 」來列式，並用逐次減項的記法「 $15 \times 2.4 \div 1.8 = 36 \div 1.8 = 20$ 」記錄解題過程。

題號	13		
內容領域	幾何	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-s-04：能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。		
試題內容	<p>下圖為一個長方體，長方體有 6 個面，有 12 條邊。長方體中，與塗色的面互相垂直的面有甲個，與塗色的面互相垂直的邊有乙條，請問甲 + 乙 = ?</p>  <p>① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.10	0.11	0.08
2	0.13	0.30	0.01
3	0.06	0.13	0.00
4*	0.71	0.44	0.90
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.71	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.71，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 71%，顯示超過七成的學生已能描述長方體中面與面以及線與面的垂直關係。</p> <p>(3)有 13%的學生選擇選項 2(低分組有 30%)，可能的原因是學生已能描述長方體中面與面以及線與面的垂直關係，但是誤解題意，只找出圖中能看到互相垂直的 2 個面，但是卻找出互相垂直的 4 條邊。</p> <p>(4)有 10%的學生選擇選項 1(低分組有 11%)，可能的原因是學生已能描述長方體中面與面以及線與面的垂直關係，但是誤解題意，只找出圖中能看到互相垂直的 2 個面與互相垂直的 3 條邊。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-s-07：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-n-20)</p> <p>評量重點：</p>		

6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

補救教學
建議

(一)數學上的面向四面八方無限的延伸，而長方體的面是封閉的多邊形區域。在檢驗長方體底面和側面是否互相垂直時，常將長方體底面平放在桌面上來檢驗，當底面在桌面上時，無法檢驗底面和側面是否互相垂直，只能檢驗桌面和側面是否互相垂直，許多學生無法掌握長方體的底面與桌面之間的包含關係，不知道長方體的側面和桌面互相垂直時，長方體的側面也和底面互相垂直。

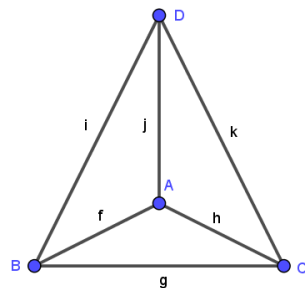
建議教師製作上底和下底是空的，而側面都存在的長方體燈籠骨架模型，將下底平放在桌面上，幫助學生察覺：燈籠骨架模型的底面都在桌面上，底面和桌面都是同一個平面，底面和桌面重合。

(二)不宜將兩線平行的定義直接類比至兩平面的平行關係。

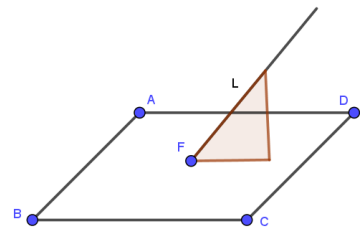
兩線平行的定義：和一線同時垂直的兩線互相平行。

兩平面平行的定義不是：和一平面同時垂直的兩平面互相平行；而是：和一線同時垂直的兩平面互相平行

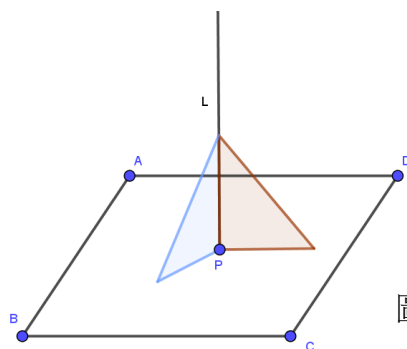
(三)空間中平面與直線的垂直關係很多老師僅用一個直角三角板檢驗，可能會發生如(圖四)的誤差，因此建議老師應以兩個直角三角板擺放不同方向，才能真正確認直角三角板、直線及平面是處處貼合，如圖(五)。



圖(三)

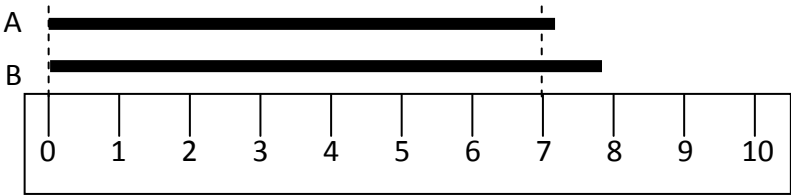


圖(四)



圖(五)

題號	14		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-07：能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。		
試題內容	<p>大大公司每日的營業額平均為 154449 元，請問 7 天的營業額約幾萬元？先用四捨五入法取概數到萬位再計算。</p> <p>① 15 ② 16 ③ 105 ④ 112</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.13	0.01
2	0.05	0.13	0.00
3*	0.74	0.48	0.94
4	0.14	0.25	0.04
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.74	鑑別度	0.47
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.47，試題品質良好；通過率為 0.74，試題難易度易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 74%，顯示近八成的學生已能對整數在指定位數利用四捨五入法取概數，並做乘法之估算。</p> <p>(3)有 14%的學生選擇選項 4(低分組有 25%)，這些學生可能在利用四捨五入法取概數時發生錯誤，學生由 154449 最右邊開始取概數，最右邊的數字是 9，對 9 取概數後變成 15445，再對 5 取概數後變成 1545，再對 5 取概數後變成 155，再對 5 取概數後變成 16，$16 \times 7 = 112$。</p> <p>(4)有 6%的學生選擇選項 1(低分組有 13%)，這些學生可能不具備以四捨五入法取概數至萬位的能力，誤從千位開始取概數，取概數得到 15 後，就以 15 當作答案。</p> <p>(5)有 5%的學生選擇選項 2(低分組有 13%)，這些學生可能具備以四捨五入法取概數至萬位的能力，但誤解題意，取概數得到 16 後，就以 16 當作答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-06：能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-07：能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四</p>		

	<p>捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)下面以「有一個三位小數，用四捨五入法取概數到小數第二位是 3.52。請問這個三位小數最大可能是多少？最小可能是多少？」為例，說明如何幫助學生解題。 建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>(1)透過數線情境，說明四捨五入法取概數的意義。</p>  <p>我們用最小刻度是 1 公分的直尺測量兩條繩子的長度時，如果用「無條件捨去法」取概數到個位，剩下不到 1 公分的捨去不算，A、B 兩條繩子的長度取完概數後都是 7 公分；如果用「無條件進入法」取概數到個位，剩下不到 1 公分的也算 1 公分，A、B 兩條繩子的長度取完概數後都是 8 公分。稱上面的 A 繩子長 8 公分，或稱下面的 B 繩子長 7 公分，描述繩長的誤差都很大。</p> <p>如果繩子的長度比較接近 7 公分，就記成 7 公分，繩子的長度比較接近 8 公分，就記成 8 公分，例如將上面繩子的長度記成 7 公分，下面繩子的長度記成 8 公分，這樣比較接近實際的長度，也是比較公平的記法，數學上稱這種取概數的方法為「四捨五入法」。7.5 公分剛好介於 7 公分和 8 公分之間，四捨五入法約定將 7.5 公分以上(包含 7.5 公分)記成 8 公分，而 7.5 公分以下記為 7 公分。</p> <p>(2)在數的情境下，說明四捨五入法取概數的意義，並讓學生運用四捨五入法取概數。</p> <p>日常生活中用四捨五入法取概數時，常利用「看下一位」的方法來取概數。</p> <p>如果以 1 為單位取概數，當十分位數字是 0, 1, 2, 3, 4 時比較接近左邊的整數就捨去，當十分位數字是 5, 6, 7, 8, 9 比較接近右邊的整數就進位。</p> <p>例如 13.76 中的十分位數字為 7，13.76 比較接近 14，四捨五入的結果是 14；13.46 中的十分位為 4，13.46 比較接近 13，四捨五入的結果是 13。</p> <p>如果以 0.1 為單位取概數，當百分位數字是 0, 1, 2, 3, 4 時就捨去，當百分位數字是 5, 6, 7, 8, 9 就進位。</p> <p>例如 13.76 中的百分位數字為 6，13.76 比較接近 13.8，四捨五入的結果是 13.8；13.74 中的百分位數字為 4，13.74</p>

	比較接近 13.7，四捨五入的結果是 13.7。
--	--------------------------

題號	15		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)		
試題內容	扇形甲是 $\frac{1}{5}$ 圓，扇形乙是 $\frac{3}{5}$ 圓，它們的直徑都是 25 公分，請問這兩個扇形的周長相差多少公分？(圓周率=3.14) ① 10 ② 15.7 ③ 31.4 ④ 196.25		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.09	0.15	0.03
2	0.20	0.33	0.07
3*	0.62	0.35	0.86
4	0.08	0.13	0.03
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.62	鑑別度	0.52
試題品質分析	(1)本題鑑別度為 0.52，試題品質良好；通過率為 0.62，試題難易度中偏易。 (2)本題正確答案為選項 3，通過率為 62%，顯示超過六成的學生已具備利用圓周長公式解決扇形周長的能力。 (3)有 20%的學生選擇選項 2(低分組有 33%)，這些學生可能誤記圓周長公式為「圓周長=半徑×3.14」。 (4)有 9%的學生選擇選項 1(低分組有 15%)，這些學生可能不具備利用圓周長公式解題的能力；也可能不理解題意；這些學生可能的算法如下： $25 \times (\frac{3}{5} - \frac{1}{5}) = 25 \times \frac{2}{5} = 10$		
教材地位分析	先備的知識： 5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05) 評量重點： 6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)		
補救教學建議	(一)所有的圓都相似，相似圖形對應邊長度的比值都相等，因此可以透過「圓周長：直徑長」的比值求出圓周率。 教師可以透過測量不同圓的直徑和圓周長，再分別求出不同圓「圓周長：直徑長」的比值，幫助學生理解「圓周長：直徑長」		

	<p>的比值都比 3 多一點，認識圓周率大約是 3.14。</p> <p>為了讓「圓周長：直徑長」的比值不要差異太大，建議教師選擇直徑超過 20 公分的圓，因為直徑太小的圓，算出來圓周率的值誤差比較大。</p> <p>(二)當學生知道「圓周長：直徑長」的比值是圓周率，就可以透過算式「圓周長：直徑長 = $\frac{\text{圓周長}}{\text{直徑}} = \text{圓周率}$」，得到「圓周長 = 直徑 × 圓周率」。</p>
--	---

題號	16		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-n-12：能認識速度的意義及其常用單位。		
試題內容	甲車 3.6 小時跑了 240 公里，請問跑 80 公里要多少分鐘？ ① 12 ② 72 ③ 108 ④ 120		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.23	0.03
2*	0.58	0.33	0.86
3	0.15	0.23	0.06
4	0.11	0.18	0.04
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.58	鑑別度	0.54
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.54，試題品質良好；通過率為 0.58，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 58%，顯示六成的學生已認識速率的意義，並解決生活中速率的問題。</p> <p>(3)有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 23%)，這些學生可能已認識速率的意義，但在時間化聚時出現錯誤，將 3.6 小時化成 36 分鐘。 學生可能的算法如下：$240 \div 80 = 3$，$36 \div 3 = 12$。</p> <p>(4)有 15%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能不認識速率的意義，隨意將題目出現的數字先除再乘，同時在時間化聚時出現錯誤，將 3.6 小時化成 36 分鐘。 學生可能的算法如下：$240 \div 80 = 3$，$36 \times 3 = 108$。</p> <p>(5)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 18%)，這些學生可能已認識速率的意義，但在時間化聚時出現錯誤，將 3.6 小時化成 360 分鐘。 學生可能的算法如下：$240 \div 80 = 3$，$360 \div 3 = 120$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。 6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p> <p>評量重點： 6-n-12：能認識速度的意義及其常用單位。</p>		
補救教學建議	(一)以「甲車的速率是 60 公里/小時，跑 300 公里要花多少時間？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略		

的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

(1)單價法：

甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里， $300 \div 60 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(2)倍數法：

甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，300 公里是 60 公里的 5 倍， $1 \times 5 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(3)比的加法：

60 公里/小時 = 60 公里 : 1 小時，

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

合起來：300 公里 : 5 小時

就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(4)內項乘內項等於外項乘外項：

60 公里/小時 = 60 公里 : 1 小時，

$60 : 1 = 300 : \square$ ，利用內項乘內項等於外項乘外項，

得到 $60 \times \square = 1 \times 300$ ， $\square = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

題號	17		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-07：能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。		
試題內容	<p>4.94448 用四捨五入法取概數到十分位的結果是甲，用四捨五入法取概數到百分位的結果是乙，請問下列敘述何者正確？</p> <p>① 甲=4.9，乙=4.94 ② 甲=5.0，乙=4.95</p> <p>③ 甲=5.0，乙=4.94 ④ 甲=4.94，乙=4.944</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.63	0.33	0.87
2	0.12	0.21	0.04
3	0.13	0.23	0.06
4	0.11	0.20	0.03
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.63	鑑別度	0.55
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.55，試題品質良好；通過率為 0.63，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 63%，顯示超過六成的學生已能對小數在指定位數利用四捨五入法取概數。</p> <p>(3)有 12%的學生選擇選項 2(低分組有 21%)，這些學生可能在利用四捨五入法取概數時發生錯誤，學生由 4.94448 最右邊開始取概數，最右邊的數字是 9，對 9 取概數後變成 4.9445，再對 5 取概數後變成 4.945，再對 5 取概數後變成 4.95，得到四捨五入法取概數到百分位的結果是 4.95。</p> <p>再對 5 取概數後變成 5.0 得到四捨五入法取概數到十分位的結果是 5.0。</p> <p>(4)有 11%的學生選擇選項 4(低分組有 20%)，這些學生可能已能對小數在指定位數利用四捨五入法取概數，但是混淆十分位與百分位的意義，學生以小數點為對稱中心，小數點左邊第二位是十位，小數點左邊第三位是百位，誤認為小數點右邊第二位是十分位，小數點右邊第三位是百分位，得到四捨五入法取概數到十分位的結果是 4.94，四捨五入法取概數到百分位的結果是 4.944。</p> <p>(5)有 13%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生正確算出</p>		

	<p>四捨五入法取概數到十分位的結果是 5.9，但是誤算出四捨五入法取概數到百分位的結果是 4.94。</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識： 4-n-06：能在具體情境中，對大數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減之估算。</p> <p>評量重點： 6-n-07：能在具體情境中，對整數及小數在指定位數取概數(含四捨五入法)，並做加、減、乘、除之估算。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)下面以「有一個三位小數，用四捨五入法取概數到小數第二位是 3.52。請問這個三位小數最大可能是多少？最小可能是多少？」為例，說明如何幫助學生解題。 建議教師透過下列步驟幫助學生解題：</p> <p>(1)透過數線情境，說明四捨五入法取概數的意義。</p> <div data-bbox="523 824 1316 1019" data-label="Figure"> </div> <p>我們用最小刻度是 1 公分的直尺測量兩條繩子的長度時，如果用「無條件捨去法」取概數到個位，剩下不到 1 公分的捨去不算，A、B 兩條繩子的長度取完概數後都是 7 公分；如果用「無條件進入法」取概數到個位，剩下不到 1 公分的也算 1 公分，A、B 兩條繩子的長度取完概數後都是 8 公分。稱上面的 A 繩子長 8 公分，或稱下面的 B 繩子長 7 公分，描述繩長的誤差都很大。</p> <p>如果繩子的長度比較接近 7 公分，就記成 7 公分，繩子的長度比較接近 8 公分，就記成 8 公分，例如將上面繩子的長度記成 7 公分，下面繩子的長度記成 8 公分，這樣比較接近實際的長度，也是比較公平的記法，數學上稱這種取概數的方法為「四捨五入法」。7.5 公分剛好介於 7 公分和 8 公分之間，四捨五入法約定將 7.5 公分以上(包含 7.5 公分)記成 8 公分，而 7.5 公分以下記為 7 公分。</p> <p>(2)在數的情境下，說明四捨五入法取概數的意義，並讓學生運用四捨五入法取概數。</p> <p>日常生活中用四捨五入法取概數時，常利用「看下一位」的方法來取概數。</p> <p>如果以 1 為單位取概數，當十分位數字是 0, 1, 2, 3, 4 時比較接近左邊的整數就捨去，當十分位數字是 5, 6, 7, 8, 9 比較接近右邊的整數就進位。</p>

	<p>例如 13.76 中的十分位數字為 7，13.76 比較接近 14，四捨五入的結果是 14；13.46 中的十分位為 4，13.46 比較接近 13，四捨五入的結果是 13。</p> <p>如果以 0.1 為單位取概數，當百分位數字是 0，1，2，3，4 時就捨去，當百分位數字是 5，6，7，8，9 就進位。</p> <p>例如 13.76 中的百分位數字為 6，13.76 比較接近 13.8，四捨五入的結果是 13.8；13.74 中的百分位數字為 4，13.74 比較接近 13.7，四捨五入的結果是 13.7。</p>
--	---

題號	18		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>甲=60，甲：乙的比值為$\frac{2}{3}$，請問乙=？</p> <p>① 20 ② 40 ③ 90 ④ 180</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.06	0.14	0.00
2	0.31	0.44	0.14
3*	0.56	0.27	0.84
4	0.06	0.11	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.56	鑑別度	0.56
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.56，試題品質良好；通過率為0.56，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項3，通過率為56%，顯示近六成的學生已認識比和比值。</p> <p>(3)有31%的學生選擇選項2(低分組有44%)，這些學生可能混淆比值的意義，誤認為甲：乙的比值是乙÷甲。</p> <p>學生可能的算法如下：$乙 \div 60 = \frac{2}{3}$，$乙 = 60 \times \frac{2}{3} = 40$。</p> <p>學生也可能已掌握比值的意義，知道甲：乙的比值是甲÷乙，但是無法掌握分數情境的乘除互逆。</p> <p>學生可能的算法如下：$60 \div 乙 = \frac{2}{3}$，$乙 = 60 \times \frac{2}{3} = 40$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)以甲=8、乙=5為例，有二種溝通「乙：甲的比值」的方法。</p> <p>(1)乙：甲$=5:8=\frac{5}{8}:1$，因為數學上將基準量都看成1，因此可以將基準量1省略不記，只記比較量$\frac{5}{8}$，並稱$5:8=\frac{5}{8}:1$</p>		

$=\frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$ 為 5 : 8 的比值。

$a : b = \frac{a}{b} : 1 = \frac{a}{b}$ ，稱 $a : b$ 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

(2) 乙 : 甲 = 5 : 8 = 5 ÷ 8 = $\frac{5}{8}$ ，5 ÷ 8 指的是將基準量甲看成 1 時，

比較量乙會是 $\frac{5}{8}$ ，並稱乙 : 甲 = 5 : 8 = 5 ÷ 8 = $\frac{5}{8}$ 中的比較

量 $\frac{5}{8}$ 為 5 : 8 的比值。

$a : b = a \div b = \frac{a}{b}$ ，稱 $a : b$ 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

(二) 比有兩個數字，能夠看到兩個量之間的關係，而比值只有一個數字，學生較無法看到兩個量之間的關係，建議教師幫助學生將比值的問題改記成比來解題。

以本題為例，甲 : 乙的比值為 $\frac{2}{3} \Rightarrow 60 : 乙 = \frac{2}{3} : 1 = 2 : 3$

如果學生有最簡單整數比的概念，將 60 看成 2 份，乙看成 3 份，就能利用 $60 \div 2 \times 3 = 90$ ，算出乙 = 90。

題號	19		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>甲=11，乙=7，請問下列敘述何者成立？</p> <p>① 甲：乙的比值是 $\frac{7}{11}$，甲是乙的 $\frac{7}{11}$ 倍</p> <p>② 甲：乙的比值是 $\frac{7}{11}$，甲是乙的 $\frac{11}{7}$ 倍</p> <p>③ 甲：乙的比值是 $\frac{11}{7}$，甲是乙的 $\frac{7}{11}$ 倍</p> <p>④ 甲：乙的比值是 $\frac{11}{7}$，甲是乙的 $\frac{11}{7}$ 倍</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.23	0.05
2	0.13	0.23	0.05
3	0.18	0.28	0.06
4*	0.54	0.23	0.83
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.54	鑑別度	0.60
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.60，試題品質良好；通過率為 0.54，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 54%，顯示五成五的學生已能掌握比值和幾倍(比較量÷基準量)的關係。</p> <p>(3)有 18%的學生選擇選項 3(低分組有 28%)，有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 24%)，有 13%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能混淆比值(甲：乙的比值=甲÷乙)和幾倍(甲÷乙=$\frac{\text{甲}}{\text{乙}}$，稱甲是乙的幾 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}}$ 倍)的關係。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)以甲=8、乙=5 為例，有二種溝通「乙：甲的比值」的方法。</p> <p>(1)乙：甲=5：8=$\frac{5}{8}$：1，因為數學上將基準量都看成 1，因此</p>		

可以將基準量 1 省略不記，只記比較量 $\frac{5}{8}$ ，並稱 $5:8 = \frac{5}{8}$ ：

$1 = \frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$ 為 $5:8$ 的比值。

$a:b = \frac{a}{b} : 1 = \frac{a}{b}$ ，稱 $a:b$ 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

(2) 乙：甲 $= 5:8 = 5 \div 8 = \frac{5}{8}$ ， $5 \div 8$ 指的是將基準量甲看成 1 時，

比較量乙會是 $\frac{5}{8}$ ，並稱乙：甲 $= 5:8 = 5 \div 8 = \frac{5}{8}$ 中的比較量 $\frac{5}{8}$ 為 $5:8$ 的比值。

$a:b = a \div b = \frac{a}{b}$ ，稱 $a:b$ 的比值是 $\frac{a}{b}$ 。

(二) 乙：甲 $= 5:8 = \frac{5}{8} : 1$ ，可以得到下面兩個關係

(1) 乙：甲的比值為 $\frac{5}{8}$

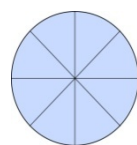
(2) 甲是基準量 1，乙是比較量 $\frac{5}{8}$ ，稱乙是甲的 $\frac{5}{8}$ 倍。

題號	20		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)		
試題內容	<p>在長 20 公分、寬 16 公分的紙上，想要剪出一個最大的圓，這個圓的面積大約是多少平方公分？(圓周率=3.14)</p> <p>① 314 ② 200.96 ③ 803.84 ④ 1256</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.25	0.26	0.15
2*	0.52	0.34	0.75
3	0.12	0.18	0.08
4	0.09	0.19	0.02
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.52	鑑別度	0.41
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.41，試題品質佳；通過率為 0.52，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 52%，顯示超過五成的學生已具備利用圓面積公式解題的能力。</p> <p>(3)有 25%的學生選擇選項 1(低分組有 26%)，這些學生可能不理解題意，受到關鍵字大的影響，選擇較大的數字 20 為直徑。學生可能的算法：$20 \div 2 = 10$，$10 \times 10 \times 3.14 = 314$。</p> <p>(4)有 12%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，這些學生可能不理解題意，認為 16 公分是圓的半徑。學生可能的算法：$16 \times 16 \times 3.14 = 803.84$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)</p> <p>評量重點： 6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)</p>		

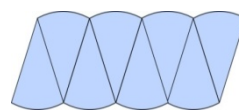
補救教學
建議

(一)先將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個(例如 8 個或 16 個)全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成一個接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。

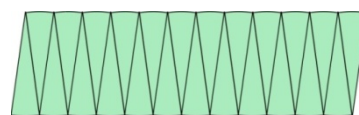
$$\begin{aligned} & \text{圓面積} \\ &= \text{平行四邊形面積} \\ &= \text{底} \times \text{高} \\ &= \text{圓周長的一半} \times \text{半} \\ &= (\text{直徑} \times 3.14) \div 2 \times \text{半徑} \\ &= (\text{直徑} \div 2 \times 3.14) \times \text{半徑} \\ &= \text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14 \end{aligned}$$



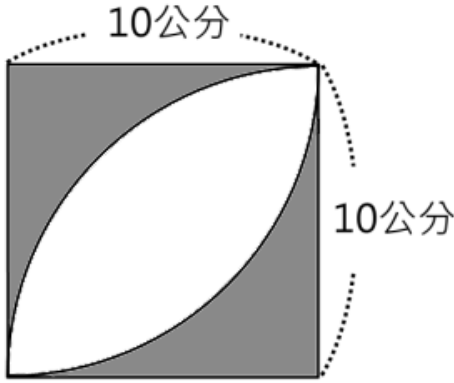
一個被八等分分割的圓



重新組一個被八等分割的圓

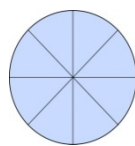


重新組一個被二十四等分割的圓

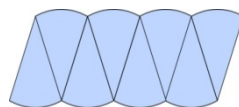
題號	21		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。 (同 6-s-03)		
試題內容	<p>如圖，請問灰色部分面積是多少平方公分？(圓周率=3.14)</p>  <p>① 21.5 ② 43 ③ 50 ④ 71.5</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.17	0.27	0.05
2*	0.56	0.22	0.88
3	0.14	0.24	0.04
4	0.12	0.24	0.02
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.56	鑑別度	0.66
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.66，試題品質良好；通過率為 0.56，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2，通過率為 58%，顯示近六成的學生已具備利用圓面積公式解題的能力。</p> <p>(3)有 17%的學生選擇選項 1(低分組有 27%)，這些學生可能已具備利用圓面積公式解題的能力，但是不理解題意，求出其中一個斜線部份的面積。</p> <p>學生可能的算法如下：$10 \times 10 - 10 \times 10 \times 3.14 \div 4 = 100 - 78.5 = 21.5$</p>		

	<p>(4)有 14%的學生選擇選項 3(低分組有 24%)，這些學生可能不具備利用圓面積公式解題的能力，直觀的認為斜線部份的面積和沒有斜線部份的面積一樣大。</p> <p>學生可能的算法如下：$10 \times 10 \div 2 = 100 \div 2 = 50$</p> <p>(5)有 12%的學生選擇選項 4(低分組有 24%)，這些學生可能已具備利用圓面積公式解題的能力，但是不理解題意，求出一個的斜線面積和半個正方形面積的和。</p> <p>學生可能的算法如下：$10 \times 10 \div 2 = 50$，$10 \times 10 - 10 \times 10 \times 3.14 \div 4 = 21.5$，$50 + 21.5 = 71.5$。</p> <p>(6)本題低分組學生各選項的選項率都是百分之二十幾，顯示低分組學生無法解題而隨意亂作答。</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-14：能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同 6-s-03)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)先將圓切成兩個半圓，再將兩個半圓都切成很多個(例如 8 個或 16 個)全等的扇形，將這兩個切成扇形的半圓上下交錯疊合起來，會變成一個接近平行四邊形(或長方形)的圖形，平行四邊形的底(長方形的長)是圓周長的一半，平行四邊形的高(長方形的寬)是圓的半徑，可以透過平行四邊形(長方形)面積求出圓面積。</p>

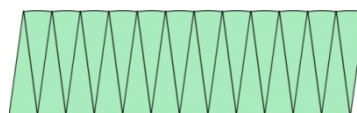
圓面積
 = 平行四邊形面積
 = 底 × 高
 = 圓周長的一半 × 半
 = (直徑 × 3.14) ÷ 2 × 半徑
 = (直徑 ÷ 2 × 3.14) × 半徑
 = 半徑 × 半徑 × 3.14



一個被八等分分割的圓



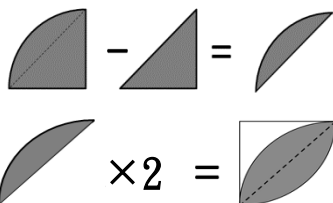
重新組合一個被八等分割的圓



重新組合一個被二十四等分割的圓

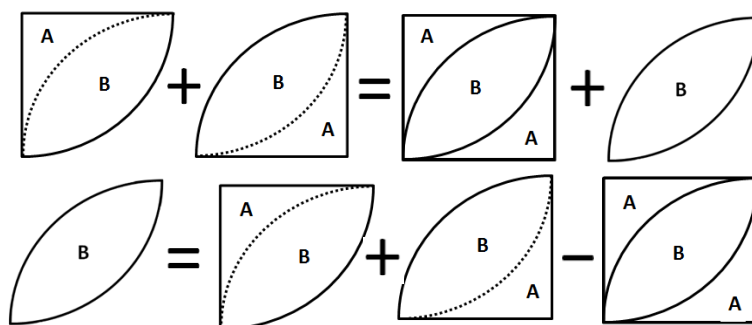
(二) 提出兩種解題的方法：

方法一： $\frac{1}{4}$ 圓面積，減去底、高是 10 公分的三角形，得到灰色部分的一半，再乘以 2 倍後就求出灰色部分面積。



方法二：兩個半徑 10 公分的 $\frac{1}{4}$ 圓相加，減去正方形面積，便得到

B 圖形面積，也就是題目中灰色部分面積。



題號	22		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-10：能理解正比的意義，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>請問下列哪個關係成正比？</p> <p>① 甲和乙共有 200 元時，甲和乙錢數的關係</p> <p>② 汽車時速 75 公里時，速率和時間的關係</p> <p>③ 正方體表面積和體積的關係</p> <p>④ 將十元硬幣堆疊成圓柱體時，硬幣的個數和高度的關係</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.21	0.05
2	0.42	0.37	0.45
3	0.14	0.23	0.05
4*	0.29	0.16	0.44
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.29	鑑別度	0.29
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.29，試題品質佳；通過率為 0.29，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 29%，顯示近三成的學生已理解正比的意義。</p> <p>(3)有 42%的學生選擇選項 2(低分組有 37%、高分組有 45%)，這些學生可能有較多速率問題解題的經驗，誤認為只要是速率問題就一定成正比。</p> <p>(4)有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，有 14%的學生選擇選項 3(低分組有 23%)，這些學生可能不理解正比的意義。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p> <p>6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-10：能理解正比的意義，並解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)「成正比」和「比或比值」的關係密切，比的相等關係強調將相比的兩類量寫在一起，直覺上較簡單；而成正比則是兩類量關係中的一種，應採用列表的方式記錄，並強調要使用比值來記錄成正比關係，兩者間的關係，可運用列表的方式來統整。</p>		

下面以同學們同時量出不同長度的竹竿和對應影子長度的表格來說明：

竹竿長(公分)	40	50	60	70	80	90	100
影子長(公分)	20	25	30	35	40	45	50

國小階段可以透過比或比值的方式來表示不同長度的竹竿和對應影子長度的關係。

(1)利用最簡單整數比『竹竿長：影子長=2：1』來表示：

竹竿和對應影子長度的對應關係可以記成「40：20」、

「50：25」、…、「100：50」，它們都是相等的比，可以利用最簡單整數比「竹竿長：影子長=2：1」來表示。

(2)利用比值「竹竿長：影子長=2」來表示：

「40：20」、「50：25」、…、「100：50」這些相等的比的比值都是2，可以透過比值「竹竿長：影子長=2」來表示這些相等的比，也可以說成「竹竿長是影子長的2倍」。

(二)成正比是兩個集合間特殊的對應關係，下面都是成正比的定義。

(1)竹竿的長度和對應影子的長度同時改變，而它們的比值不變，數學上稱竹竿的長度和影子的長度「成正比」或「成正比例」。

(2)形如「 $y=kx$ 」的函數，數學上稱之為成正比。

(3)如果函數的圖形是過原點的直線，數學上稱之為成正比。

國小階段尚未引入函數的記法，只能透過(1)溝通成正比的意義。

題號	23		
內容領域	數與量	認知歷程向度	程序執行
分年細目	6-n-12：能認識速度的意義及其常用單位。		
試題內容	甲車時速 60 公里，請問甲車 10 分鐘能跑幾公尺？ ① 600 ② 1000 ③ 10000 ④ 36000		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.23	0.48	0.03
2	0.18	0.18	0.14
3*	0.46	0.17	0.78
4	0.12	0.15	0.04
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.46	鑑別度	0.61
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.61，試題品質良好；通過率為 0.46，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 46%，顯示近五成的學生已認識速率的意義，並解決生活中速率的問題。</p> <p>(3)有 23%的學生選擇選項 1(低分組有 48%)，這些學生可能不認識速率的意義，直接將題目中給定的兩個數字相乘。</p> <p>(4)有 18%的學生選擇選項 2(低分組有 18%)，這些學生可能認識速率的意義，但是進行長度化聚時發生錯誤，誤認為 1 公里 = 100 公尺。 學生可能的算法如下：60 公里 = 6000 公尺，$6000 \div 60 = 100$ $100 \times 10 = 1000$。</p> <p>(5)有 12%的學生選擇選項 4(低分組有 15%)，這些學生可能認識速率的意義，但是進行長度化聚時發生錯誤，誤認為 1 公里 = 100 公尺，且在計算距離時混淆乘除法的意義。 學生可能的算法如下：60 公里 = 6000 公尺，10 分鐘 = $\frac{1}{6}$ 小時 $6000 \div \frac{1}{6} = 6000 \times 6 = 36000$。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。 6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p> <p>評量重點： 6-n-12：能認識速度的意義及其常用單位。</p>		

補救教學
建議

(一)以「甲車的速率是 60 公里/小時，跑 300 公里要花多少時間？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。

(1)單價法：

甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里， $300 \div 60 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(2)倍數法：

甲車的速率是 60 公里/小時，也就是甲車每 1 小時跑 60 公里，300 公里是 60 公里的 5 倍， $1 \times 5 = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(3)比的加法：

60 公里/小時 = 60 公里 : 1 小時，

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

60 公里 : 1 小時

合起來：300 公里 : 5 小時

就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

(4)內項乘內項等於外項乘外項：

60 公里/小時 = 60 公里 : 1 小時，

$60 : 1 = 300 : \square$ ，利用內項乘內項等於外項乘外項，

得到 $60 \times \square = 1 \times 300$ ， $\square = 5$ ，就能得到甲車跑 300 公里要 5 小時的答案。

題號	24		
內容領域	數與量	認知歷程向度	
分年細目	6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>每顆紅球都一樣重，每顆藍球都一樣重，紅球和藍球不一樣重。已知 15 顆紅球和 12 顆藍球合起來重 60 公斤，請問 40 顆紅球和 32 顆藍球合起來重多少公斤？</p> <p>① 120 ② 150 ③ 160 ④ 300</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.10	0.18	0.03
2	0.21	0.25	0.16
3*	0.49	0.32	0.67
4	0.18	0.22	0.12
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.49	鑑別度	0.35
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.35，試題品質佳；通過率為 0.49，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 49%，顯示五成的學生已認識比和比值，並能解決生活中的問題。</p> <p>(3)本題是連比的問題，要求學生算出 $15:12:60=40:32:\square$，本題的通過率不高，可能是學生無法掌握連比的關係。</p> <p>(4)有 21% 的學生選擇選項 2(低分組有 25%)，有 18% 的學生選擇選項 4(低分組有 22%)，有 10% 的學生選擇選項 1(低分組有 18%)，這些學生可能無法掌握 15:12 和重 60 公斤，和 40:32 和合起來重 \square 公斤的關係是相同的。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-14：能認識比率及其在生活上的應用(含「百分率」、「折」)。</p> <p>評量重點： 6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p>		
補救教學建議	<p>(一)以「3 枝鉛筆賣 5 元，9 枝鉛筆賣幾元？」為例，提出四種解題策略，教師可以提供學生這四種解題策略的經驗，但不宜限制學生使用某種解題策略來解題。</p>		

(1)單價法：先利用除法「 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 」算出 1 枝鉛筆的單價是 $\frac{5}{3}$

元，再利用乘法「 $\frac{5}{3} \times 9 = \frac{45}{3} = 15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的
答案。

(2)倍數法：先用除法「 $9 \div 3 = 3$ 」算出 9 枝鉛筆是 3 枝鉛筆的 3 倍，
再用乘法「 $5 \times 3 = 15$ 」算出 5 元的 3 倍是 15 元，也就是 9 枝鉛
筆賣 15 元的答案。

(3)比的加法：

3 枝：5 元

3 枝：5 元

3 枝：5 元

合起來：9 枝：15 元

(4)外項乘以外項等於內項乘以內項（內項乘以內項等於外項乘以外項）先用算式「 $3 : 5 = 9 : y$ 」記錄問題，透過「外項乘以外項會等於內項乘以內項」得到算式『 $3xy = 5 \times 9$ 』後，再利用乘除互逆「 $3xy = 45$ ，則 $y = 45 \div 3 = 15$ 」，或是利用等量公理「 $3xy = 45$ ， $y = 45 \div 3 = 15$ 」算出 9 枝鉛筆賣 15 元的答案。

題號	25		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-05：能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。		
試題內容	<p>「一盒糖果有 640 顆，<u>小欣</u>買了 $\frac{3}{8}$ 盒，將其中的 $\frac{3}{8}$ 分給 <u>小蘭</u>，<u>小蘭</u> 分到幾顆糖果？」下列哪一個算式能算出正確答案？</p> <p>① $640 \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$ ② $640 \times \frac{3}{8} \div \frac{3}{8}$</p> <p>③ $640 \div \frac{3}{8} \times \frac{3}{8}$ ④ $640 \div \frac{3}{8} \div \frac{3}{8}$</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.54	0.16	0.90
2	0.27	0.44	0.08
3	0.09	0.18	0.01
4	0.09	0.18	0.01
未作答	0.01	0.00	0.00
通過率	0.54	鑑別度	0.74
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.74，試題品質良好；通過率為 0.54，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 54%，顯示五成五的學生已能解決分數兩步驟問題。</p> <p>(3)有 27%的學生選擇選項 2(低分組有 44%)，這些學生可能誤解題意，將連乘的兩步驟問題解讀成先乘後除的兩步驟問題。</p> <p>(4)有 9%的學生選擇選項 3(低分組有 18%)，有 9%的學生選擇選項 4(低分組有 18%)，這些學生可能誤解題意，將連乘的兩步驟問題解讀成先除後乘以及連除的兩步驟問題。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p> <p>5-n-02：能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-05：能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。</p>		
補救教學建議	(一)以分數兩步驟問題「媽媽買了 $\frac{10}{3}$ 公升的果汁 6 瓶，全部分裝		

	<p>到 $\frac{5}{4}$ 公升的杯子裡，相當於裝滿幾杯？」為例，如果學生無法解題，建議教師先將原問題修改為整數情境的問題，例如修改為「媽媽買了 10 公升的果汁 6 瓶，全部分裝到 5 公升的瓶子裡，相當於裝滿幾瓶？」。待學生解題成功後，再回到原分數情境的問題，希望學生能類比整數情境的問題來解決相同情境分數的問題。</p>
--	---

題號	26		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。		
試題內容	<p>已知 1 桶果汁，每 16 公升裝成一瓶，全部裝完，相當於裝成 $13\frac{3}{8}$ 瓶。如果將這桶果汁，每 16 公升裝成一瓶，最多可以裝滿 13 瓶，剩下甲公升，請問甲 = ?</p> <p>① $\frac{3}{8}$ ② 0.3 ③ 6 ④ $\frac{128}{3}$</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.39	0.47	0.21
2	0.08	0.15	0.02
3*	0.47	0.25	0.76
4	0.05	0.10	0.01
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.47	鑑別度	0.51
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.51，試題品質良好；通過率為 0.47，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 3，通過率為 47%，顯示近五成的學生已掌握「$a\div b=q\cdots r$」(q 是整數，$0\leq r<b$)及「$a\div b=\frac{a}{b}$」這兩種記法轉換的能力。</p> <p>(3)有 39%的學生選擇選項 1(低分組有 47%)，這些學生可能不具備「$a\div b=q\cdots r$」(q 是整數，$0\leq r<b$)及「$a\div b=\frac{a}{b}$」這兩種記法轉換的能力，誤將 $13\frac{3}{8}$ 瓶中的 $\frac{3}{8}$ 瓶看成 $\frac{3}{8}$ 公升。</p> <p>(4)有 8%的學生選擇選項 2(低分組有 15%)，這些學生可能具備「$a\div b=q\cdots r$」(q 是整數，$0\leq r<b$)及「$a\div b=\frac{a}{b}$」這兩種記法轉換的能力，知道 $13\frac{3}{8}$ 瓶中的 $\frac{3}{8}$ 指的是 $\frac{3}{8}$ 瓶，但是受到十進位的影響，誤認為 $\frac{3}{8}$ 瓶是 0.3 公升。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-09：能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。</p>		

	<p>題。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-04：能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)分數除以分數的包含除問題可以有餘數，也可以沒有餘數。</p> <p>沒有餘數的問題：$\frac{14}{5}$公升果汁，$\frac{3}{5}$公升裝1瓶，全部裝完，相當於裝成幾瓶？</p> <p>有餘數的問題：$\frac{14}{5}$公升果汁，$\frac{3}{5}$公升裝1瓶，最多可裝滿幾瓶，剩下多少公升？</p> <p>有餘數的問題比沒有餘數的問題簡單。</p> <p>(二)教師可以將有餘數及沒有餘數的問題併置：</p> <p>(1)16公升裝成一瓶，最多可以裝滿13瓶，剩下甲公升</p> <p>(2)16公升裝成一瓶，全部裝完，相當於裝成$13\frac{3}{8}$瓶。</p> <p>先說明相當於裝成$13\frac{3}{8}$瓶，也就是裝滿13瓶，剩下$\frac{3}{8}$瓶</p> <p>再說明甲公升=$\frac{3}{8}$瓶</p> <p>最後利用$16 \times \frac{3}{8} = 6$，幫助學生算出剩下的$\frac{3}{8}$瓶是6公升。</p>

題號	27		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。 (同 6-s-05)		
試題內容	<p>四角柱甲底面是邊長 5 公分的正方形，柱高 12 公分。</p> <p>四角柱乙的底面是四角柱甲底面的 3 倍放大圖，四角柱乙的柱高是四角柱甲柱高的 $\frac{1}{3}$ 倍，請問四角柱乙的體積是四角柱甲的多少倍？</p> <p>① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.20	0.28	0.10
2	0.15	0.23	0.05
3?	0.29	0.18	0.41
4*	0.35	0.27	0.43
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.35	鑑別度	0.16
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.16，試題品質不良；通過率為 0.35，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 35%，顯示有三成五的學生已具備利用柱體體積公式解題的能力。</p> <p>(3)有 29%的學生選擇選項 3(低分組有 19%)，這些學生可能無法掌握平面圖形放大對面積的影響，誤認為 3 倍放大圖的面積是原圖形面積的 3 倍。</p> <p>(4)有 20%的學生選擇選項 1(低分組有 28%)，這些學生可能不具備利用柱體體積公式解題的能力，也可能混淆柱體體積公式和平面圖形放大對面積的影響。</p> <p>學生可能的算法如下：$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 3 = \frac{1}{9}$</p> <p>(4)有 15%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能不具備利用柱體體積公式解題的能力，也無法掌握平面圖形放大對面積的影響，受到關鍵字 $\frac{1}{3}$ 倍的影響，以 $\frac{1}{3}$ 倍為答案。</p>		
教材地位	先備的知識：		

分析	<p>5-n-18：能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-s-05)</p> <p>5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。 (同 6-s-05)</p>
補救教學建議	<p>(一)下面以「甲正方形的邊長是 6 公分，乙圖形是甲正方形的 3 倍放大圖，請問乙圖形的面積是多少平方公分？」為例，說明如何幫助學生理解平面圖形放大對面積的影響。</p> <p>步驟一：教師可以多舉一些學生較熟悉的圖形，說明 3 倍放大圖的意義。</p> <p>甲正方形的邊長是 6 公分，乙圖形則是邊長 18 公分的正方形，甲和乙對應邊邊長的比都是 1：3，且對應角都相等，數學上稱乙是甲的 3 倍放大圖。</p> <p>丙長方形的長邊長是 9 公分，寬邊是 4 公分，丁長方形的長邊是 27 公分，寬邊是 12 公分，丙和丁對應邊邊長的比都是 1：3，且對應角都相等，數學上稱丁是丙的 3 倍放大圖。</p> <p>步驟二：乙正方形是甲正方形的 3 倍放大圖，</p> <p>$6 \times 6 = 36$，甲正方形的面積是 36 平方公分。</p> <p>$18 \times 18 = 324$，乙正方形的面積是 324 平方公分</p> <p>$324 \div 36 = 9$，乙正方形的面積是甲正方形的 9 倍。</p> <p>丁長方形是丙長方形的 3 倍放大圖，</p> <p>$9 \times 4 = 36$，丙長方形的面積是 36 平方公分，</p> <p>$27 \times 12 = 324$，丁長方形的面積是 324 平方公分</p> <p>$324 \div 36 = 9$，丁長方形的面積是丙長方形的 9 倍。</p> <p>幫助學生察覺 B 圖形是 A 圖形的 3 倍放大圖，B 圖形的面積是 A 圖形的 9 倍。</p>

步驟三：乙正方形是甲正方形的 3 倍放大圖，乙正方形的面積是甲正方形的 3×3 倍。

$$18 \times 18 = (6 \times 3) \times (6 \times 3) = (6 \times 6) \times (3 \times 3)$$

$$(18 \times 18) \div (6 \times 6) = 3 \times 3$$

丁長方形是丙長方形的 3 倍放大圖，丁長方形的面積是丙長方形的 3×3 倍。

$$27 \times 12 = (9 \times 3) \times (4 \times 3) = (9 \times 4) \times (3 \times 3)$$

$$(27 \times 12) \div (9 \times 4) = 3 \times 3$$

幫助學生察覺 B 圖形是 A 圖形的 3 倍放大圖，B 圖形的面積是 A 圖形的 3×3 倍。

步驟四：多舉一些例子，幫助學生察覺 B 圖形是 A 圖形的 m 倍放大圖，B 圖形的面積是 A 圖形的 $m \times m$ 倍。

步驟五：回到原問題，乙正方形是甲正方形的 3 倍放大圖，所以乙正方形的面積是甲正方形的 3×3 倍。

$36 \times (3 \times 3) = 324$ ，得到乙圖形面積是 324 平方公分的答
案。

題號	28		
內容領域	代數	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-a-01：能理解等量公理。		
試題內容	<p>甲、乙兩人解 $x-5=8$，丙、丁兩人解 $y\div 5=8$，</p> <p>甲說：等號左邊加 5，等號右邊減 5，就能算出 x 是多少。</p> <p>乙說：等號兩邊同時加 5，就能算出 x 是多少。</p> <p>丙說：等號左邊乘以 5，等號右邊除以 5，就能算出 y 是多少。</p> <p>丁說：等號兩邊同時除以 5，就能算出 y 是多少。</p> <p>請問誰的說法正確？</p> <p>① 乙 ② 丙 ③ 甲和丙 ④ 乙和丁</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.25	0.14	0.41
2	0.16	0.23	0.08
3	0.35	0.37	0.30
4	0.22	0.22	0.20
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.25	鑑別度	0.28
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.28，試題品質尚可；通過率為 0.25，試題難易度中偏難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 1，通過率為 25%，顯示二成五的學生已理解等量公理。</p> <p>(3)有 35%的學生選擇選項 3(低分組有 37%)，這些學生可能不理解等量公理；也可能受移項法則口訣「加(減)移至左邊變成減(加)」，「乘(除)移至左邊變成除(乘)」的影響，誤認為等號兩邊分別加 5 與減 5 後，或等號兩邊分別乘 5 與除 5 後，等號兩邊還是相等。</p> <p>(4)有 22%的學生選擇選項 4(低分組有 22%)，這些學生可能可能理解等量加法公理，但是不理解等量除法公理。</p> <p>(5)有 16%的學生選擇選項 2(低分組有 23%)，這些學生可能受移項法則口訣「乘(除)移至左邊變成除(乘)」的影響，誤認為等號兩邊分別乘 5 與除 5 後，等號兩邊還是相等。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>2-n-03：能用 $<$、$=$ 與 $>$ 表示數量大小關係，並在具體情境中認識</p>		

	<p>遞移律。(同 2-a-01)</p> <p>評量重點：</p> <p>6-a-01：能理解等量公理。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)教師可透過操作天平，幫助學生理解利用等量公理解題的意義，不宜透過數的運算公式來理解等量公理解題的意義。</p> <p>教師可以幫助學生將未知數 x 看成沙包、數字看成砝碼，透用操作天平，說明如何解決「$x+5=8$」，並用多個等式記錄解題過程。</p> <p>(1)「$x+5=8$」可以看成天平左邊有 1 個沙包和 5 個砝碼，天平右邊有 8 個砝碼，天平兩邊一樣重。</p> <p>(2)將天平兩邊同時拿走 5 個砝碼，天平兩邊還是一樣重，可以記成「$x+5-5=8-5$」。</p> <p>(3)此時，天平左邊剩下 1 個沙包，天平右邊剩下 3 個砝碼，得到沙包和 3 個砝碼一樣重，也就是 $x=3$ 的答案。</p>

題號	29		
內容領域	數與量	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-n-01：能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數 <20 ，質因數 <20 ，被分解數 <100)。		
試題內容	<p>在1、2、3、38、111這5個數中，有甲個質數，乙個合數，請問下列敘述何者正確？</p> <p>① 甲=2、乙=2 ② 甲=3、乙=1</p> <p>③ 甲=3、乙=2 ④ 甲=2、乙=3</p>		
選答率	答題反應比率(*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1*	0.40	0.19	0.64
2	0.24	0.26	0.20
3	0.24	0.35	0.11
4	0.10	0.17	0.04
未作答	0.02	0.00	0.00
通過率	0.40	鑑別度	0.45
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為0.45，試題品質良好；通過率為0.40，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項1，通過率為40%，顯示超過四成的學生已認識質數與合數。</p> <p>(3)有24%的學生選擇選項3(低分組有35%)，這些學生可能已認識合數與質數，但誤認為1也是質數。</p> <p>(4)有23%的學生選擇選項2(低分組有26%)，這些學生可能已認識合數與質數，也知道1不是質數，但不具備判斷3的倍數的能力，誤以為111也是質數。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-04：能理解因數和倍數。</p> <p>評量重點： 6-n-01：能認識質數、合數，並用短除法做質因數的分解。(質數<20，質因數<20，被分解數<100)。</p>		
補救教學建議	<p>(一)質數：除了1和自己之外，沒有其它因數的整數稱為質數。 或不能分解成兩個大於1整數之乘積的整數稱為質數。</p> <p>合數：有3個以上因數的整數稱為合數。 或能分解成兩個大於1整數之乘積的整數稱為合數。</p>		

1 不是質數，1 也不是合數。

建議教師進行質數、合數教學時，不要先對質數、合數下定義，應先讓學生透過尋找因數的歷程，察覺有些數除了 1 和自己以外，沒有其他的因數，再對因數、合數下定義。

(二)百數表中不易看到如何判斷 3 的倍數，3 的倍數判斷方法建議由教師宣告，以 3627 為例，說明每個位數的數字和「 $3+6+2+7=18$ 」是 3 的倍數，3627 就是 3 的倍數。

下面以 3627 為例，說明如何判斷 3 的倍數：

$$3627 = 1000 \times 3 + 100 \times 6 + 10 \times 2 + 7$$

$$= (999 + 1) \times 3 + (99 + 1) \times 6 + (9 + 1) \times 2 + 7$$

$$= 999 \times 3 + 3 + 99 \times 6 + 6 + 9 \times 2 + 2 + 7$$

$$= 999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2 + 3 + 6 + 2 + 7$$

$$= (999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2) + (3 + 6 + 2 + 7)$$

$(999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2)$ 是 3 的倍數，如果 $(3 + 6 + 2 + 7)$ 也是

3 的倍數， $(999 \times 3 + 99 \times 6 + 9 \times 2) + (3 + 6 + 2 + 7) = 3627$ 就會是 3 的倍數。

題號	30		
內容領域	幾何	認知歷程向度	
分年細目	6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。		
試題內容	<p>有兩個一模一樣的圓柱體，<u>小華</u>先將一個圓柱體的側面剪一刀展開後，得到一個邊長 5 公分的正方形；再將另一個圓柱體的側面剪一刀展開後，得到一個平行四邊形(不是正方形)。下列關於平行四邊形周長的敘述何者正確？</p> <p>① 平行四邊形的周長是 20 公分 ② 平行四邊形的周長比 20 公分長 ③ 平行四邊形的周長比 20 公分短 ④ 無法判斷平行四邊形的周長是多少公分</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.32	0.31	0.39
2*	0.27	0.25	0.27
3	0.16	0.22	0.09
4*	0.22	0.18	0.25
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.49	鑑別度	0.11
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.11，試題品質不良；通過率為 0.49，試題難易度適中。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 2 與選項 4，通過率為(27+22)%，顯示超五成的學生能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p> <p>(3)有 32%的學生選擇選項 1(低分組有 31%、高分組有 39%)，這些學生可能已形成面積的保留概念，但是誤解題意，誤認為平行四邊形和正方形的面積相等。</p> <p>(4)有 16%的學生選擇選項 3(低分組有 22%)，這些學生可能不理解題意；也可能不知道平行四邊形和正方形的面積相等、且正方形的邊長和平行四邊形的高相等時，平行四邊形的周長比正方形的周長長。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識： 5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體</p>		

	<p>和正方體的表面積。(同 5-s-07) 評量重點： 6-s-01：能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)建議教師拿出兩個一模一樣的圓柱體，先沿著和底面垂直的線將一個圓柱體的側面剪一刀展開，幫助學生認識它是一個長方形(或正方形)；再沿著和底面不垂直的線將另一個圓柱體的側面剪一刀展開，幫助學生認識它是一個平行四邊形(不是長方形)。</p> <p>大多數六年級學生已形成面積的保留概念，知道長方形和平行四邊形的面積會相等。</p> <p>教師可以透過實測或將邊疊合比較的方法，幫助學生認識平行四邊形和長方形的面積相等、且長方形的長邊和平行四邊形的底邊相等時，平行四邊形的周長比長方形的周長長。</p>

數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

$$\text{例如：} 36 = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3, 48 = \underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$$

36 和 48 的最大公因數「 $\underline{2 \times 2 \times 3}$ 」，是這兩數共同質因數的乘積。

36 和 48 的最小公倍數「 $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 3$ 」，是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

(二)下面以「找出 36 和 48 的最小公倍數」為例，說明如何幫助學生解題。

步驟一：先將 36 及 48 進行質因數分解：

$$36 = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3, 48 = \underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$$

步驟二：接著幫助學生找出

36 的倍數是： $\underline{2 \times 2 \times 3} \times 3$ 、 $\underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 2$ 、 $\underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 3$ 、 $\underline{2 \times 2 \times 3} \times \underline{3 \times 4}$ 、 $\underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 5$ 、 $\underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 6$ 、 $\underline{2 \times 2 \times 3} \times 3 \times 7$ 。

48 的倍數是： $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$ 、 $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 2$ 、 $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 3$ 、 $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 4$ 、 $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 5$ 。

步驟三：利用質因數分解算式求兩數最大公因數和最小公倍數時，應幫助學生察覺最大公因數是這兩數共同質因數的乘積；最小公倍數是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

$$\text{例如：} 36 = \underline{2 \times 2 \times 3} \times 3, 48 = \underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3}$$

36 和 48 的最大公因數「 $\underline{2 \times 2 \times 3}$ 」，是這兩數共同質因數的乘積。

36 和 48 的最小公倍數「 $\underline{2 \times 2} \times 2 \times 2 \times \underline{3} \times 3$ 」，是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

步驟四：「兩數互質」是判斷短除法運算結果的依據，例如用短除法求 36 和 48 兩數的最大公因數和最小公倍數時，先提出共同的質因數，發現兩數互質時，最大公因數「 $2 \times 2 \times 3$ 」就是共同質因數的乘積，最小公倍數「 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 4 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$ 」是這兩數質因數分解算式的乘積，但共同質因數只乘一次。

$$\begin{array}{l} 2 \quad | \quad 36 \quad 48 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$\begin{array}{l} 2 \quad | \quad 18 \quad 24 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 2 \text{ 是共同的質因數}$$

$$\begin{array}{l} 3 \quad | \quad 9 \quad 12 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 3 \text{ 是共同的質因數}$$

$$\begin{array}{l} 3 \quad 4 \Rightarrow (3, 4) = 1, \text{ 互質表示沒有其它共同的質因數} \end{array}$$

	<p>時發生錯誤，學生將「$15 - 4\frac{2}{3} \times \frac{7}{11} = 15 - (4 + \frac{2}{3}) \times \frac{7}{11} = 15 - 4 \times \frac{7}{11} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{11}$」誤記成「$15 - 4\frac{2}{3} \times \frac{7}{11} = 15 - (4 + \frac{2}{3}) \times \frac{7}{11} = 15 - 4 \times \frac{7}{11} + \frac{2}{3} \times \frac{7}{11}$」。</p> <p>(5)有 19%的學生選擇選項 4(低分組有 31%)，這些學生可能無法掌握先乘除後加減的約定，想由左往右算出答案。</p>
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>4-n-04：能在具體情境中，解決兩步驟問題，並學習併式的記法與計算。</p> <p>5-n-02：能在具體情境中，解決三步驟問題，並能併式計算。</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-05：能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能併式計算。</p>
補救教學建議	<p>(一)教師應進行帶分數的命名活動，幫助學生理解 $4\frac{2}{3}$ 是由 4 和 $\frac{2}{3}$ 合起來的數，也就是說 $4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$，$4\frac{2}{3} = 4 + \frac{2}{3}$。</p> <p>(二)以計算題「$(7+8) \times 5$」為例，學生的解法應該是「$(7+8) \times 5 = 15 \times 5 = 75$」，學生不可能得到「$(7+8) \times 5 = 7 \times 5 + 8 \times 5$」的結果。</p> <p>乘法對加法的分配律指的是同一個問題情境有兩種不同的解題方法，一種是「$(a+b) \times c$」、另一種是「$a \times c + b \times c$」，因為它們是同一個問題的兩種不同解題方法，運算後的結果必然會相等，可以記成「$(a+b) \times c = a \times c + b \times c$」。</p> <p>(三)教師應透過具體情境幫助學生理解乘法對加法分配律的性質以問題「鉛筆一枝 12 元，甲先買了 5 枝，再買了 3 枝，共花多少元？」為例，可以有下面這兩種算法。</p>

算法一： $12 \times 5 + 12 \times 3 = 96$ 。

算法二： $12 \times (5 + 3) = 96$ 。

這兩種算法的答案相同，可以記成 $12 \times 5 + 12 \times 3 = 12 \times (5 + 3)$ 。

也可以記成 $12 \times (5 + 3) = 12 \times 5 + 12 \times 3$

(四)理解乘法對加法分配律的性質有兩個層次：

層次一：因為這兩種算法的答案相同，可以記成等式。

層次二：因為它們是同一個問題的兩種算法，它們的答案一定相等，可以記成等式。

教師應幫助學生提升至層次二，學生必須預期這兩個算式的答案一定相等，國中階段才能將分配律數量的範圍擴充至負數及未知數。

題號	33		
內容領域	數與量	認知歷程向度	問題解決
分年細目	6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同6-s-05)		
試題內容	<p>圓柱甲底面的半徑是 23 公分，圓柱乙底面的直徑是 23 公分，圓柱甲和圓柱乙的高都是 13 公分，請問圓柱甲的體積是圓柱乙體積的多少倍？</p> <p>① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ 2 ④ 4</p>		
選答率	答題反應比率 (*表正確答案)		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.16	0.21	0.08
2	0.17	0.28	0.09
3	0.38	0.33	0.34
4*	0.27	0.14	0.48
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.27	鑑別度	0.34
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.34，試題品質佳；通過率為 0.27，試題難易度中偏易。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 27%，顯示近三成的學生已具備利用柱體體積公式解題的能力。</p> <p>(3)有 38%的學生選擇選項 3(低分組有 33%)，這些學生可能不具備利用柱體體積公式解題的能力，也無法掌握平面圖形放大對面積的影響，誤認為高相同的圓柱，底面半(直)徑是 2 倍時，體積就是 2 倍。</p> <p>(4)有 17%的學生選擇選項 2(低分組有 28%)，這些學生可能具備利用柱體體積公式解題的能力，也能掌握平面圖形放大對面積的影響，但是混淆基準量與比較量的意義，誤用基準量÷比較量的方法算出答案。</p> <p>(5)有 16%的學生選擇選項 1(低分組有 21%)，這些學生可能不具備利用柱體體積公式解題的能力，也無法掌握平面圖形放大對面積的影響，誤認為高相同的圓柱，底面半(直)徑是 2 倍時，體積就是 2 倍，這些學生同時混淆基準量與比較量的意義，誤用基準量÷比較量的方法算出答案。</p>		
教材地位分析	<p>先備的知識：</p> <p>5-n-20：能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體</p>		

	<p>和正方體的表面積。(同 5-s-07)</p> <p>評量重點：</p> <p>6-n-15：能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。 (同 6-s-05)</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)有兩種算出本題答案的方法：</p> <p>方法一：用多個算式算出答案，並用多個算式記錄解題過程</p> <p>圓柱甲的體積：$23 \times 23 \times 3.14 = 1661.06$</p> $1661.06 \times 13 = 21593.78$ <p>圓柱乙的體積：$23 \div 2 = 11.5$</p> $11.5 \times 11.5 \times 3.14 = 415.265$ $415.265 \times 13 = 5398.445$ <p>圓柱甲的體積\div圓柱乙的體積$= 21593.78 \div 5398.445 = 4$</p> <p>方法二：先列式，再利用數學性質來簡化計算</p> $23 \div 2 = 11.5$ <p>圓柱甲的體積\div圓柱乙的體積</p> $= \frac{\text{圓柱甲的體積}}{\text{圓柱乙的體積}}$ $= \frac{23 \times 23 \times 3.14 \times 13}{11.5 \times 11.5 \times 3.14 \times 13}$ $= 2 \times 2$ $= 4$ <p>建議教師幫助方法一的學生改用方法二來解題。</p>

題號	34		
內容領域	幾何	認知歷程向度	概念理解
分年細目	6-s-02：能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。		
試題內容	<p>學校的校地是長方形，老師畫了學校的地圖，實際長 10 公尺的走廊在地圖中長 1 公分。</p> <p>甲說：地圖的比例尺可以記成「$\frac{1}{1000} : 1$」。</p> <p>乙說：地圖的比例尺可以記成「$\frac{1}{1000}$」。</p> <p>丙說：地圖中步道長是學校實際步道長的 $\frac{1}{1000}$ 倍。</p> <p>請問哪些人的說法正確？</p> <p>① 甲和乙正確 ② 甲和丙正確</p> <p>③ 乙和丙正確 ④ 三人都正確</p>		
選答率	答題反應比率（*表正確答案）		
選項	整體	低分組	高分組
1	0.14	0.20	0.05
2	0.16	0.24	0.08
3?	0.48	0.29	0.69
4*	0.19	0.22	0.16
未作答	0.03	0.00	0.00
通過率	0.19	鑑別度	0.06
試題品質分析	<p>(1)本題鑑別度為 0.06，試題品質不良；通過率為 0.19，試題難易度難。</p> <p>(2)本題正確答案為選項 4，通過率為 19%，顯示近二成的學生已認識比例尺。</p> <p>(3)有 48%的學生選擇選項 3(低分組有 29%、高分組有 69%)，這些學生可能不知道 $1 : 1000 = \frac{1}{1000} : 1$；也可能課本呈現的都是整數比，較少出現後項為 1 的分數比。</p> <p>(4)有 16%的學生選擇選項 2(低分組有 24%)，這些學生可能無法掌握比和比值的意義，誤認為比例尺必須以比的方式呈現，不能以比值的方式呈現；也可能無法將 1 : 1000 改記成比值。</p>		

	<p>(5)有 14%的學生選擇選項 1(低分組有 20%)，這些學生可能無法掌握基準量和比較量的關係，不知道地圖上長度和實際長度的比值是 $\frac{1}{1000}$ 時，地圖上長度就是實際長度的 $\frac{1}{1000}$ 倍。</p>
<p>教材地位 分析</p>	<p>先備的知識： 5-s-04：能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。 6-n-09：能認識比和比值，並解決生活中的問題。</p> <p>評量重點： 6-s-02：能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。</p>
<p>補救教學 建議</p>	<p>(一)放大與縮小圖及比例尺的意義</p> <p>在溝通放大圖或縮小圖時，可以用同單位的比或比值來溝通，數學上習慣將原圖形當作基準量，放大或縮小的圖形當作比較量，例如原圖形的長度是 500 公尺時，縮小圖是 1 公尺，我們會用「$\frac{1}{500} : 1$」，或用 $\frac{1}{500} : 1$ 的比值「$\frac{1}{500}$」來溝通看到的是 $\frac{1}{500}$ 倍的縮小圖。</p> <p>原圖形的長度是 1 微米時，放大圖是 10000 微米，我們會用「10000 : 1」，或 10000 : 1 的比值「10000」來溝通看到的是 10000 倍的放大圖。</p> <p>也可以用不同單位的比或比值來溝通放大圖或縮小圖。</p> <p>例如原圖形是 1 公里時，縮小圖是 1 公分，我們會用「1 公分 : 1 公里」，或用 1 公分 : 1 公里的比值「1 公分/公里」來溝通原圖形上是 1 公里時，縮小圖是 1 公分。</p> <p>下圖中的比例尺，指的是地圖上 1 公分代表實際長度是 1 公里。1 公里 = 100000 公分，下圖的比例尺也可以改用比例尺「1 : 100000」或比例尺「$\frac{1}{100000}$」來描述。</p> 